

Bài 4. NHỊ THỨC NEWTON

PHẦN A. LÝ THUYẾT

$$(a+b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 ab^3 + C_4^4 b^4$$

$$= a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 ab^4 + C_5^5 b^5$$

$$= a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Những công thức khai triển nói trên là công thức nhị thức Newton $(a+b)^n$ ứng với $n=4; n=5$.

Bằng cách như thế, ta có thể khai triển được $(a+b)^n$ với n là số nguyên dương lớn hơn 5. Công thức khai triển cụ thể được trình bày trong Chuyên đề học tập Toán 10.

Ví dụ 1. Khai triển $(x+1)^4$.

Giải

Ta có: $(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 \cdot 1 + 6x^2 \cdot 1^2 + 4x \cdot 1^3 + 1^4$

$$= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1.$$

Ví dụ 2. Khai triển $(x-1)^4$.

Giải

Ta có: $(x-1)^4 = [x+(-1)]^4 = x^4 + 4x^3 \cdot (-1) + 6x^2 \cdot (-1)^2 + 4x \cdot (-1)^3 + (-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1.$

Ví dụ 3. Khai triển các biểu thức sau:

a) $(x-2y)^4$

b) $(3x-y)^5$.

Giải

a) Ta có:

$$(x-2y)^4 = [x+(-2y)]^4 = x^4 + 4x^3(-2y) + 6x^2(-2y)^2 + 4x(-2y)^3 + (-2y)^4$$

$$= x^4 - 8x^3 y + 24x^2 y^2 - 32xy^3 + 16y^4.$$

b) Ta có:

$$(3x-y)^5 = [3x+(-y)]^5 = (3x)^5 + 5(3x)^4(-y) + 10(3x)^3(-y)^2 + 10(3x)^2(-y)^3 + 5(3x)(-y)^4 + (-y)^5$$

$$= 243x^5 - 405x^4 y + 270x^3 y^2 - 90x^2 y^3 + 15xy^4 - y^5$$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Khai triển nhị thức Newton sau

STT	Cho khai triển nhị thức sau	Yêu cầu	ĐA	
			Số hạng tổng quát	Số hạng thứ k
1	$(3x+5)^7$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 4	$T_{k+1} = C_7^k 3^{7-k} 5^k \cdot x^{7-k}$	Thứ 4 $\rightarrow k=3 \rightarrow T_4$
2	$(1-5x)^9$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 5	$T_{k+1} = C_9^k (-1)^k 5^k \cdot x^k$	Các ý còn lại tương tự.
3	$(2\sqrt{x}-1)^{18}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 9	$T_{k+1} = C_{18}^k (-1)^k 2^{18-k} \cdot x^{\frac{18-k}{2}}$	
4	$(6x-y)^6$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 3	$T_{k+1} = C_6^k (-1)^k 6^{6-k} \cdot x^{6-k} \cdot y^k$	

5	$\left(\frac{1}{x} - x\right)^{10}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 7	$T_{k+1} = C_{10}^k (-1)^k .x^{2k-10}$	
6	$(2x + y^2)^{28}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 25	$T_{k+1} = C_{28}^k 2^{28-k} .x^{28-k} .y^{2k}$	
7	$(2\sqrt{x} - 4y)^{30}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 16	$T_{k+1} = C_{30}^k (-1)^k 2^{30+k} .x^{\frac{30-k}{2}} .y^k$	
8	$\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt{x}}{2}\right)^9$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 8	$T_{k+1} = C_9^k (-1)^k 2^{9-k} .x^{\frac{7k-36}{6}}$	

Lời giải

Khai triển nhị thức Newton sau

1. $(3x + 5)^7$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(3x + 5)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k 3^{7-k} 5^k .x^{7-k}$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_7^k 3^{7-k} 5^k .x^{7-k}$$

$$\text{Số hạng thứ 4(k=3) là } T_4 = C_7^3 3^{7-3} 5^3 .x^{7-3} = 35375x^4$$

2. $(1 - 5x)^9$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(1 - 5x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-1)^k 5^k .x^k$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_9^k (1)^{9-k} (-5)^k = C_9^k (-1)^k 5^k .x^k$$

$$\text{Số hạng thứ 5(k=4) là } T_5 = C_9^4 (-1)^4 5^4 .x^4 = 78750x^4$$

3. $(2\sqrt{x} - 1)^{18}$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(2\sqrt{x} - 1)^{18} = \left(2x^{\frac{1}{2}} - 1\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (-1)^k \left(2x^{\frac{1}{2}}\right)^{18-k} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (-1)^k 2^{18-k} .x^{\frac{18-k}{2}}$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_{18}^k (-1)^k 2^{18-k} .x^{\frac{18-k}{2}}$$

$$\text{Số hạng thứ 9 là } T_9 = C_{18}^8 (-1)^8 2^{18-8} .x^{\frac{18-8}{2}} = 2^{10} .C_{18}^8 x^5$$

4. $(6x - y)^6$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(6x - y)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-1)^k 6^{6-k} .x^{6-k} .y^k$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_6^k (-1)^k 6^{6-k} .x^{6-k} .y^k$$

$$\text{Số hạng thứ 3 (k=2) là } T_3 = C_6^2 (-1)^2 6^{6-2} .x^{6-2} .y^2 = C_6^2 6^4 x^4 y^2$$

5. $\left(\frac{1}{x} - x\right)^{10}$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$\left(\frac{1}{x} - x\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-1)^k \cdot x^{2k-10}$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_{10}^k (-1)^k \cdot x^{2k-10}$$

$$\text{Số hạng thứ 7 (k=6) là } T_7 = C_{10}^6 (-1)^6 \cdot x^{2 \cdot 6 - 10} = C_{10}^6 x^2$$

6. $(2x + y^2)^{28}$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(2x + y^2)^{28} = \sum_{k=0}^{28} C_{28}^k 2^{28-k} \cdot x^{28-k} \cdot y^{2k}$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_{28}^k 2^{28-k} \cdot x^{28-k} \cdot y^{2k}$$

$$\text{Số hạng thứ 25 (k=24) là } T_{24} = C_{28}^{24} 2^{28-24} \cdot x^{28-24} \cdot y^{2 \cdot 24} = 2^4 C_{28}^{24} x^4 y^{48}$$

7. $(2\sqrt{x} - 4y)^{30}$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(2\sqrt{x} - 4y)^{30} \left(2x^{\frac{1}{2}} - 4y\right)^{30} = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k \left(2x^{\frac{1}{2}}\right)^{30-k} \cdot (-4y)^k = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k (-1)^k 2^{30+k} \cdot x^{\frac{30-k}{2}} \cdot y^k$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_{30}^k (-1)^k 2^{30+k} \cdot x^{\frac{30-k}{2}} \cdot y^k$$

$$\text{Số hạng thứ 16 (k=15) là } T_{16} = C_{30}^{15} (-1)^{15} 2^{30+15} \cdot x^{\frac{30-15}{2}} \cdot y^{15} = -2^{45} C_{30}^{15} x^{\frac{15}{2}} y^{15}$$

8. $\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt{x}}{2}\right)^9$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt{x}}{2}\right)^9 \left(\frac{2}{x^{\frac{2}{3}}} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{2}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \left(\frac{2}{x^{\frac{2}{3}}}\right)^{9-k} \left(-\frac{x^{\frac{1}{2}}}{2}\right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-1)^k 2^{9-k} \cdot x^{\frac{7k-36}{6}}$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_9^k (-1)^k 2^{9-k} \cdot x^{\frac{7k-36}{6}}$$

$$\text{Số hạng thứ 8 (k=7) là } T_8 = C_9^7 (-1)^7 2^{9-7} \cdot x^{\frac{7 \cdot 7 - 36}{6}} = -\frac{1}{2^5} C_9^7 x^{\frac{13}{6}}$$

Câu 2. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{12}$

Lời giải

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là:

$$a_k = C_{12}^k x^{12-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{12}^k x^{12-2k} \quad (0 \leq k \leq 12)$$

Ta chọn $12 - 2k = 8 \Leftrightarrow k = 2$

Vậy số hạng thứ 3 trong khai triển chứa x^8 và có hệ số là: $C_{12}^2 = 66$.

Câu 3. Tìm hệ số của x^{21} trong khai triển $(2 - 3x)^{25}$

Lời giải

$$\text{Số hạng thứ 21 trong khai triển } C_{25}^{20} 2^5 (-3x)^{20} = C_{25}^{20} 2^5 3^{20} x^{20}.$$

Câu 4. Viết 3 số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x của các đa thức sau

a) $\left(1 - \frac{x}{2}\right)^{10}$ b) $(3 - 2x)^8$

Lời giải

a) $1 - 5x + \frac{45}{4}x^2$ b) $3^8 - C_8^1 3^7 2x + C_8^2 3^6 4x^2$

Câu 5. Tìm số hạng thứ tư trong khai triển $(a - 2x)^{20}$ theo lũy thừa tăng dần của x .

Lời giải

Áp dụng công thức nhị thức Newton số hạng thứ 4 trong khai triển là $-C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$

Câu 6. Viết 4 số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x của các đa thức sau

a) $(1 - 3x)^{12}$ b) $(1 - 2x)^9$ c) $\left(1 - \frac{x}{3}\right)^{20}$

Lời giải

a) $1 - 36x + 594x^2 - 5940x^3$
 b) $1 - 18x + 144x^2 - 8C_9^3 x^3 = 1 - 18x + 144x^2 - 672x^3$
 c) $1 - \frac{20}{3}x + \frac{190}{9}x^2 - \frac{1140}{27}x^3$

Câu 7. Tìm

a) Số hạng thứ 8 trong khai triển $(1 - 2x)^{12}$
 b) Số hạng thứ 6 trong khai triển $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^9$
 c) Số hạng thứ 12 trong khai triển $(2 - x)^{15}$

Lời giải

a) $-C_{12}^7 2^7 x^7$ b) $-\frac{1}{2}C_9^5 x^5$ c) $-16C_{15}^{11} x^{11}$

Câu 8. Tìm số hạng đứng giữa trong khai triển $(x^3 - xy)^{15}$

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển $(x^3 - xy)^{15}$ là $T_{k+1} = C_{15}^k (x^3)^{15-k} \cdot (-xy)^k$

Trong khai triển trên có $n = 15$ nên có 16 số hạng nên số hạng đứng giữa là số hạng thứ 8 và thứ 9.

$$T_8 = T_{7+1} = C_{15}^7 (x^3)^{15-7} \cdot (-xy)^7 = -6435x^{31}y^7$$

$$T_9 = T_{8+1} = C_{15}^8 (x^3)^{15-8} \cdot (-xy)^8 = 6435x^{29}y^8$$

Câu 9. Tìm hệ số của:

- Số hạng chứa x^5 trong khai triển: $(2x - 1)^{12}$.
- Số hạng chứa x^{11} trong khai triển: $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{10}$.
- Số hạng chứa x^7 trong khai triển: $(x^2 + x)^{14}$.
- Số hạng chứa $x^{25} \cdot y^{10}$ trong khai triển: $(x^3 + xy)^{15}$.

Lời giải

$$1. \quad (2x - 1)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (2x)^{12-k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^{12-k} (-1)^k x^{12-k}$$

Tại số hạng chứa x^5 thì tương ứng với $12-k=5 \Rightarrow k=7$.

Vậy hệ số của x^5 là: $C_{12}^7 2^5 (-1)^7 = -25344$.

$$2. \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (x^2)^{10-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{2(10-k)-k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-1)^k x^{20-3k}$$

Tại số hạng chứa x^{11} thì tương ứng với $20-3k=11 \Rightarrow k=3$.

Vậy hệ số của x^{11} là: $C_{10}^3 (-1)^3 = -120$.

$$3. (x^2 + x)^{14} = x^{14} (x+1)^{14}$$

$\Rightarrow$ Không tồn tại số hạng chứa x^7 .

Vậy hệ số của x^7 là: 0.

$$4. (x^3 + xy)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (x^3)^{15-k} (xy)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{3(15-k)+k} y^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{45-2k} y^k$$

Tại số hạng chứa $x^{25} \cdot y^{10}$ thì tương ứng với $\begin{cases} 45-2k=25 \\ k=10 \end{cases} \Rightarrow k=10$.

Vậy hệ số của x^{11} là: $C_{15}^{10} = 3003$.

Câu 10. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển sau:

$$1. \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^{12}$$

$$2. \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$$

$$3. \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$$

Lời giải

$$1. \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{2(12-k)} \cdot \frac{1}{x^{4k}} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{24-6k}$$

Tại số hạng không chứa x thì tương ứng với $24-6k=0 \Rightarrow k=4$.

Vậy số hạng tự do là: $C_{12}^4 = 495$.

$$2. \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{2(6-k)} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-1)^k x^{2(6-k)-k} = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-1)^k x^{12-3k}$$

Tại số hạng không chứa x thì tương ứng với $12-3k=0 \Rightarrow k=4$.

Vậy số hạng tự do là: $C_6^4 = 15$.

$$3. \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right)^7 = \left(x^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}} \right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{1}{3}(7-k)} \cdot x^{\frac{-k}{4}} = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{1}{3}(7-k) - \frac{k}{4}} = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{7}{3} - \frac{7k}{12}}$$

Tại số hạng không chứa x thì tương ứng với $\frac{7}{3} - \frac{7k}{12} = 0 \Rightarrow k = 4$.

Vậy số hạng tự do là: $C_7^4 = 35$.

Câu 11. Trong khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x^2} \right)^{10}$ hãy tìm số hạng không phụ thuộc vào x .

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x^2} \right)^{10}$ là $T_{k+1} = C_{10}^k (2x^3)^{10-k} \left(\frac{1}{x^2} \right)^k = C_{10}^k 2^{10-k} x^{30-5k}$

T_{k+1} không phụ thuộc vào x $30 - 5k = 0 \Rightarrow k = 6$

Số hạng không phụ thuộc vào x là số hạng thứ 7 ứng với $k=6$: $T_7 = C_{10}^6 2^4$.

Câu 12. Tìm số hạng hữu tỷ của khai triển $(\sqrt{3} - \sqrt{15})^6$

Lời giải

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $(\sqrt{3} - \sqrt{15})^6$ là:

$$T_{k+1} = C_6^k (\sqrt{3})^{6-k} (-\sqrt{15})^k = (-1)^k C_6^k 3^{\frac{6-k}{2}} 5^{\frac{k}{2}} \quad (0 \leq k \leq 6)$$

T_{k+1} là số hạng hữu tỉ $\Leftrightarrow \frac{k}{2}$ là một số tự nhiên $\Leftrightarrow k$ chia hết cho 2 $\Leftrightarrow k \in \{0; 2; 4; 6\}$ (vì $0 \leq k \leq 6$)

Vậy trong khai triển các số hạng hữu tỉ x là số hạng thứ 1; 3; 5; 7

$$T_1 = (-1)^0 C_6^0 3^3 5^{\frac{0}{2}} = 27 \quad T_3 = (-1)^2 C_6^2 3^2 5^{\frac{2}{2}} = 2025$$

$$T_5 = (-1)^4 C_6^4 3^3 5^{\frac{4}{2}} = 10125 \quad T_7 = (-1)^6 C_6^6 3^3 5^{\frac{6}{2}} = 3375$$

Câu 13. Tìm hệ số của số hạng trong khai triển sau:

1. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển của biểu thức: $A = (2x-1)^{11} + (x^2+1)^7$.

2. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển của biểu thức: $A = (x+1)^{10} + (x-1)^5$.

3. Khai triển $P(x)$ dưới dạng: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$

a) Tìm hệ số a_9 : $P(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + \dots + (1+x)^{14}$.

b) Tìm hệ số a_{15} : $P(x) = (1+x) + 2(1+x)^2 + 3(1+x)^3 + \dots + 20(1+x)^{20}$.

Lời giải

$$1. A = (2x-1)^{11} + (x^2+1)^7 = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (2x)^{11-k} (-1)^k + \sum_{k=0}^7 C_7^k (x^2)^{7-k} \cdot 1^k =$$

$$= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot (-1)^k \cdot 2^{11-k} \cdot x^{11-k} + \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot x^{14-2k}$$

Ta có hệ số của x^6 trong $(2x-1)^{11}$ thì tương ứng với $11-k=6 \Rightarrow k=5$ là $(-1)^5 \cdot 2^6 \cdot C_{11}^5$.

Ta có hệ số của x^6 trong $(x^2 + 1)^7$ thì tương ứng với $14 - 2k = 6 \Rightarrow k = 4$ là C_7^4 .

Vậy hệ số của x^6 là: $(-1)^5 \cdot 2^6 \cdot C_{11}^5 + C_7^4$.

$$\begin{aligned} 2. \quad A &= (x+1)^{10} + (x-1)^5 = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{10-k} \cdot 1^k + \sum_{k=0}^5 C_5^k x^{5-k} \cdot (-1)^k = \\ &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{10-k} + \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (-1)^k \cdot x^{5-k} \end{aligned}$$

Ta có hệ số của x^3 trong $(x+1)^{10}$ thì tương ứng với $10 - k = 3 \Rightarrow k = 7$ là C_{10}^7 .

Ta có hệ số của x^3 trong $(x-1)^5$ thì tương ứng với $5 - k = 3 \Rightarrow k = 2$ là $(-1)^2 \cdot C_5^2 = C_5^2$.

Vậy hệ số của x^3 là: $C_{10}^7 + C_5^2 = 130$.

3.

$$\begin{aligned} a) \quad P(x) &= (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + \dots + (1+x)^{14} = \\ &= \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^k + \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k + \dots + \sum_{k=0}^{14} C_{14}^k \cdot x^k \end{aligned}$$

Hệ số của a_9 là hệ số của x^9 tương ứng với $k = 9$: $C_9^9 + C_{10}^9 + \dots + C_{14}^9 = 3003$

b) Tương tự như câu a ta có hệ số của a_{15} là hệ số của x^{15} : $15C_{15}^{15} + 16C_{16}^{15} + \dots + 20C_{20}^{15} = 400995$.

Câu 14. Cho khai triển: $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = a_0 + a_1x + \dots + a_{10}x^{10}$. Hãy tìm số hạng a_k lớn nhất.

Lời giải

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^k x^k$$

Như vậy số hạng a_k lớn nhất khi $C_{10}^k \cdot 2^k$ là lớn nhất $\Rightarrow k \geq 5$

Với $k = 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ta có:

$$\left. \begin{aligned} 2^5 C_{10}^5 &= 8064 \\ 2^6 C_{10}^6 &= 13440 \\ 2^7 C_{10}^7 &= 15360 \\ 2^8 C_{10}^8 &= 11520 \\ &\dots \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{10}^k \cdot 2^k \text{ là lớn nhất tại } k = 7, \text{ vậy số hạng } a_k \text{ lớn nhất tại}$$

$$k = 7 \Rightarrow a_k = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot 15360$$

Câu 15. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển đa thức của: $[1 + x^2(1-x)^8]$.

Lời giải

$$f(x) = C_8^0 + \dots + C_8^3 [x^2(1-x)]^3 + C_8^4 [x^2(1-x)]^4 + \dots + C_8^8 [x^2(1-x)]^8$$

Nhận thấy: x^8 chỉ có trong các số hạng:

□ Số hạng thứ 4: $C_8^3 [x^2(1-x)]^3$

□ Số hạng thứ 5: $C_8^4 [x^2(1-x)]^4$

Vậy hệ số tương đương với: $A_8 = C_8^3 C_3^2 + C_8^4 C_4^0 = 238$

Câu 16. Khai triển đa thức $P(x) = (1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm $\max(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{12})$.

Lời giải

Gọi a_k là hệ số lớn nhất của khai triển suy ra $a_k > a_{k-1}$

Từ đây ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2^k C_{12}^k \geq 2^{k-1} C_{12}^{k-1} \\ 2^k C_{12}^k \geq 2^{k+1} C_{12}^{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{k} \geq \frac{1}{12-k+1} \\ \frac{1}{12-k} \geq \frac{2}{k+1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{12}) = a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720$$

Câu 17. Tìm số hạng đứng giữa trong các khai triển sau:

a) $(x^3 + xy)^{21}$.

b) $\left(x\sqrt[4]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{(xy)^2}}\right)^{20}$.

Lời giải

a) Khai triển $(x^3 + xy)^{21}$ có $21+1=22$ số hạng nên có hai số hạng đứng giữa là số thứ 11 và 12.

□ Số hạng thứ 11 là: $C_{21}^{10} (x^3)^{11} (xy)^{10} = C_{21}^{10} x^{43} y^{10}$

□ Số hạng thứ 12 là: $C_{21}^{11} (x^3)^{10} (xy)^{11} = C_{21}^{10} x^{41} y^{11}$

b) Khai triển $\left(x\sqrt[4]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{(xy)^2}}\right)^{20}$ có $20+1=21$ số hạng nên có hai số hạng đứng giữa là số thứ

$$\frac{21+1}{2} = 11: C_{20}^{10} \left(x^{\frac{7}{4}}\right)^{10} \left[(xy)^{\frac{-2}{3}}\right]^{10} = C_{20}^{10} x^{\frac{65}{6}} y^{\frac{-20}{3}}.$$

Câu 18. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ với $x > 0$.

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển: $T_{k+1} = C_7^k \left(\sqrt[3]{x}\right)^{7-k} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = C_7^k x^{\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k}$ với $k \in \mathbb{N}, k \leq 7$

Ứng với số hạng không chứa x ta có: $\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k = 0 \Leftrightarrow k = 4$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển $f(x)$ là: $C_7^4 = 35$.

Câu 19. Cho khai triển đa thức $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$. Hãy tìm số hạng a_k lớn nhất.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = \frac{1}{3^{10}}(1+2x)^{10} = \frac{1}{3^{10}} \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^k \Rightarrow a_k = \frac{1}{3^{10}} C_{10}^k 2^k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_k \geq a_{k+1} \\ a_k \geq a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{10}^k 2^k \geq C_{10}^{k+1} 2^{k+1} \\ C_{10}^k 2^k \geq C_{10}^{k-1} 2^{k-1} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } a_k \text{ đạt được max} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2^k \cdot 10!}{k! \cdot (10-k)!} \geq \frac{2^{k+1} \cdot 10!}{(k+1)! \cdot (9-k)!} \\ \frac{2^k \cdot 10!}{k! \cdot (10-k)!} \geq \frac{2^{k-1} \cdot 10!}{(k-1)! \cdot (11-k)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{10-k} \geq \frac{2}{k+1} \\ \frac{2}{k} \geq \frac{2}{11-k} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{19}{3} \leq k \leq \frac{22}{3}$$

$$\Rightarrow k = 7 \quad (k \in \mathbb{N}, k \in [0; 10])$$

$$\text{Vậy } \max a_k = a_7 = \frac{2^7}{3^{10}} C_{10}^7.$$

Câu 20. Cho n số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Newton $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^{14}, x \neq 0$.

Lời giải

$$5C_n^{n-1} = C_n^3 \Leftrightarrow 5n = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \Leftrightarrow (n-1)(n-2) = 30 \Rightarrow n = 7 \text{ (do } n > 0)$$

$$\text{Gọi } a \text{ là hệ số của } x^5 \text{ ta có: } C_7^{7-k} \left(\frac{x^2}{2}\right)^{7-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = ax^5 \Leftrightarrow (-1)^k \cdot C_7^{7-k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-k} \cdot x^{14-3k} = ax^5$$

$$\Rightarrow 14-3k=5 \Leftrightarrow k=3 \text{ và } -C_7^{7-k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-k} = a \Rightarrow a = \frac{-35}{16}.$$

$$\text{Vậy số hạng chứa } x^5 \text{ là } \frac{-35}{16} \cdot x^5.$$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Số số hạng trong khai triển $(x+2)^{50}$ là

A. 49.

B. 50.

C. 52.

D. 51.

Lời giải

Số số hạng trong khai triển là: $n+1=50+1=51$.

Câu 2. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$

A. 2019.

B. 2017.

C. 2018.

D. 2020.

Lời giải

Trong khai triển nhị thức $(a+b)^n$ thì số các số hạng là $n+1$ nên trong khai triển $(2x-3)^{2018}$ có 2019 số hạng.

Câu 3. Viết khai triển theo công thức nhị thức Niu-ton $(x-y)^5$.

A. $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$.

B. $x^5 - 5x^4y - 10x^3y^2 - 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.

C. $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$. D. $x^5 + 5x^4y - 10x^3y^2 + 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.

Lời giải

Ta có:

$$(x-y)^5 = [x+(-y)]^5 = C_5^0 x^5 + C_5^1 x^4 (-y)^1 + C_5^2 x^3 (-y)^2 + C_5^3 x^2 (-y)^3 + C_5^4 x^1 (-y)^4 + C_5^5 (-y)^5$$

Hay $(x-y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$.

Câu 4. Trong khai triển nhị thức Niu-ơn của $(3-2x)^{2019}$ có bao nhiêu số hạng?

- A. 2019. B. 2018. C. 2020. D. 2021.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Khai triển nhị thức Niu-ơn $(a+b)^n$ có $n+1$ số hạng.

Vậy trong khai triển nhị thức Niu-ơn của $(3-2x)^{2019}$ có 2020 số hạng.

Câu 5. Từ khai triển biểu thức $(x+1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là

- A. 1023. B. 512. C. 1024. D. 2048.

Lời giải

Chọn C

Xét khai triển $f(x) = (x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k$.

Gọi S là tổng các hệ số trong khai triển thì ta có $S = f(1) = (1+1)^{10} = 2^{10} = 1024$.

Câu 6. Từ khai triển biểu thức $(x+1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là

- A. 1023. B. 512. C. 1024. D. 2048.

Lời giải

Chọn C

Xét khai triển $f(x) = (x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k$.

Gọi S là tổng các hệ số trong khai triển thì ta có $S = f(1) = (1+1)^{10} = 2^{10} = 1024$.

Câu 7. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^{2018}$.

- A. -1. B. 1. C. -2018. D. 2018.

Lời giải

Xét khai triển $(1-2x)^{2018} = C_{2018}^0 - 2x.C_{2018}^1 + (-2x)^2.C_{2018}^2 + (-2x)^3.C_{2018}^3 + \dots + (-2x)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

Tổng các hệ số trong khai triển là: $S = C_{2018}^0 - 2.C_{2018}^1 + (-2)^2.C_{2018}^2 + (-2)^3.C_{2018}^3 + \dots + (-2)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

Cho $x=1$ ta có:

$(1-2.1)^{2018} = C_{2018}^0 - 2.1.C_{2018}^1 + (-2.1)^2.C_{2018}^2 + (-2.1)^3.C_{2018}^3 + \dots + (-2.1)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

$\Leftrightarrow (-1)^{2018} = S \Leftrightarrow S = 1$

Câu 8. Khai triển $(\sqrt{5} - \sqrt[4]{7})^{124}$. Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển trên?

- A. 30. B. 31. C. 32. D. 33.

Lời giải

Ta có $(\sqrt{5}-\sqrt[4]{7})^{124} = \sum_{k=0}^{124} C_{124}^k \cdot (-1)^k \cdot 5^{\frac{124-k}{2}} \cdot 7^{\frac{k}{4}}$

Số hạng hữu tỉ trong khai triển tương ứng với $\begin{cases} \frac{124-k}{2} \in \mathbb{Z} \\ \frac{k}{4} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k \in \{0; 4; 8; 12; \dots; 124\}.$

Vậy số các giá trị k là: $\frac{124-0}{4} + 1 = 32.$

Câu 9. Trong khai triển nhị thức newton của $P(x) = (\sqrt[3]{2x} + 3)^{2018}$ thành đa thức, có tất cả có bao nhiêu số hạng có hệ số nguyên dương?

A. 673.

B. 675.

C. 674.

D. 672.

Lời giải

Chọn A

$$P(x) = (\sqrt[3]{2x} + 3)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} \left(\sqrt[3]{2x}\right)^{2018-k} 3^k = \sum_{k=0}^{2018} 2^{\frac{2018-k}{3}} \cdot 3^k x^{2018-k}$$

Để hệ số nguyên dương thì $(2018-k):3 \Leftrightarrow 2018-k = 3t \Leftrightarrow k = 2018-3t$, do $0 \leq k \leq 2018$ nên ta có $0 \leq 2018-3t \leq 2018 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq \frac{2018}{3} \approx 672,6$ vậy $t=0,1,2,\dots,672$ nên có 673 giá trị

Câu 10. Trong khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 - a_1 + a_2$ bằng

A. 801.

B. 800.

C. 1.

D. 721.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1-2x)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k (-2)^k x^k, (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a_0 = C_{20}^0, a_1 = -2.C_{20}^1, a_2 = (-2)^2 C_{20}^2 = 4C_{20}^2.$

Vậy $a_0 - a_1 + a_2 = C_{20}^0 + 2C_{20}^1 + 4C_{20}^2 = 801.$

Câu 11. Có bao nhiêu số hạng là số nguyên trong khai triển của biểu thức $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[5]{5})^{2019}$?

A. 136.

B. 403.

C. 135.

D. 134.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[5]{5})^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k \cdot (\sqrt[3]{3})^{2019-k} \cdot (\sqrt[5]{5})^k = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k \cdot 3^{\frac{2019-k}{3}} \cdot 5^{\frac{k}{5}}.$

Để trong khai triển có số hạng là số nguyên thì $\begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ 0 \leq k \leq 2019 \\ \frac{2019-k}{3} \in \mathbb{Z} \\ \frac{k}{5} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ 0 \leq k \leq 2019 \\ 673 - \frac{k}{3} \in \mathbb{Z} \\ \frac{k}{5} \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 2019 \\ k:15 \end{cases}$$

Ta có $k:15 \Rightarrow k=15m$ mà $0 \leq k \leq 2019 \Leftrightarrow 0 \leq 15m \leq 2019 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 134,6$. Suy ra có 135 số hạng là số nguyên trong khai triển của biểu thức.

Câu 12. Trong khai triển của $\left(x^{\frac{1}{15}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^{2019}$, số hạng mà lũy thừa của x và y bằng nhau là số hạng thứ bao nhiêu của khai triển?

- A. 1348. B. 1346. C. 1345. D. 1347.

Lời giải

Chọn D

Ta có số hạng thứ $k+1$ là: $C_{2019}^k \left(x^{\frac{1}{15}}y^{\frac{1}{3}}\right)^{2019-k} \left(x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^k = C_{2019}^k x^{\frac{2019}{15} + \frac{4}{15}k} y^{\frac{2019}{3} - \frac{2}{15}k}$

Theo đề bài ta có; $\frac{2019}{15} + \frac{4}{15}k = \frac{2019}{3} - \frac{2}{15}k \Leftrightarrow k=1346$

Vậy số hạng thỏa yêu cầu bài toán là số hạng thứ 1347.

Câu 13. Trong khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$, số hạng không chứa x là

- A. 40096. B. 43008. C. 512. D. 84.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_9^k \cdot 8^k \cdot x^{9-3k}, 0 \leq k \leq 9$.

Số hạng không chứa x ứng với $9-3k=0 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $T_4 = C_9^3 \cdot 8^3 = 43008$.

Câu 14. Số hạng độc lập với x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^8$ là

- A. 1792. B. 792. C. 972. D. 1972.

Lời giải

Chọn A

Ta có số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là $T_{k+1} = C_8^k (x^3)^{8-k} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^k = C_8^k x^{24-4k} \cdot (-2)^k$.

Do tìm số hạng độc lập với x suy ra $24-4k=0 \Leftrightarrow k=6 \Rightarrow T_7 = C_8^6 \cdot (-2)^6 = 1792$.

Câu 15. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{12}$.

- A. -220. B. 220. C. 924. D. -924.

Lời giải

Chọn A

Công thức số hạng thứ $(k+1)$ của khai triển $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{12}$ là:

$$T_k = C_{12}^k (-1)^k (x^3)^{12-k} \cdot \frac{1}{x^k} = C_{12}^k (-1)^k x^{36-4k}, 0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{Z}.$$

Số hạng không chứa x ứng với $36-4k=0 \Leftrightarrow k=9$.

$$\text{Suy ra } T_9 = C_{12}^9 (-1)^9 = -220.$$

- Câu 16.** Cho x là số thực dương, số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30}$ là
- A. 2^{20} . B. $2^{20} C_{30}^{10}$. C. $2^{10} C_{30}^{20}$. D. C_{30}^{20} .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30} = \left(x + 2x^{-\frac{1}{2}}\right)^{30} = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k x^{30-k} \left(2x^{-\frac{1}{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k 2^k x^{30-\frac{3}{2}k}$$

$$\text{Số hạng tổng quát thứ } k+1 \text{ trong khai triển là } T_{k+1} = C_{30}^k 2^k x^{30-\frac{3}{2}k}.$$

$$\text{Số hạng này không chứa } x \text{ tương ứng với trường hợp } 30 - \frac{3k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 20.$$

$$\text{Vậy số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển là } T_{21} = C_{30}^{20} 2^{20} = 2^{20} C_{30}^{10}.$$

- Câu 17.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là
- A. C_{45}^5 . B. $-C_{45}^5$. C. C_{45}^{15} . D. $-C_{45}^{15}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển là } T_{k+1} = C_{45}^k x^{45-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{45}^k (-1)^k x^{45-3k}$$

$$\text{Số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển ứng với } 45-3k=0 \Leftrightarrow k=15.$$

$$\text{Vậy số hạng cần tìm là } C_{45}^{15} (-1)^{15} = -C_{45}^{15}.$$

- Câu 18.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là
- A. C_{10}^5 . B. $-C_{10}^5 \cdot 2^5$. C. $-C_{10}^5$. D. $C_{10}^5 \cdot 2^5$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } \left(x + \frac{2}{x}\right)^{10} \text{ là:}$$

$$T_{k+1} = C_{10}^k x^{10-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{10}^k 2^k x^{10-2k}$$

$$\text{Số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển tương ứng với } 10-2k=0 \Leftrightarrow k=5 (\text{thỏa mãn}).$$

$$\text{Vậy số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển là: } C_{10}^5 \cdot 2^5.$$

- Câu 19.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là:
- A. 5. B. 35. C. 45. D. 7.

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \left(\sqrt[3]{x}\right)^{7-k} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $\begin{cases} \frac{7}{3} - \frac{7}{12}k = 0 \\ 0 \leq k \leq 7, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow k = 4$.

Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là: $C_7^4 = 35$.

Câu 20. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$.

A. 240.

B. 15.

C. -240.

D. -15.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot (2x)^{6-k} \cdot (-1)^k \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot 2^{6-k} \cdot (-1)^k \cdot x^{6-3k}$

Số hạng không chứa x xảy ra khi: $6 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 2$

Số hạng đó là $C_6^2 \cdot 2^4 \cdot (-1)^2 = 240$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển trên là 240

Câu 21. Số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $A = \left(\frac{1}{x} - x^2\right)^{12}$ là

A. -924.

B. 495.

C. -495.

D. 924.

Lời giải**Chọn B**

Số hạng tổng quát trong khai triển là $T_{k+1} = C_{12}^k \left(\frac{1}{x}\right)^{12-k} (-x^2)^k = C_{12}^k (-1)^k x^{3k-12}$.

Theo đề bài ta có $3k - 12 = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{12}^4 (-1)^4 = 495$.

Câu 22. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là

A. C_{45}^{15} .B. C_{45}^{30} .C. $-C_{45}^5$.D. $-C_{45}^{15}$.**Lời giải****Chọn D**

Có $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45} = \sum_{k=0}^{45} C_{45}^k \cdot x^{45-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = (-1)^k \sum_{k=0}^{45} C_{45}^k \cdot x^{45-3k}$.

Tìm số hạng không chứa x thì $45 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 15$.

Vậy số hạng không chứa x là $-C_{45}^{15}$.

Câu 23. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^5$.

A. 10.

B. 20.

C. 5.

D. 1.

Chọn A**Lời giải.**

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^5$ là: $T_k = C_5^k (x^2)^{5-k} \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^k = C_5^k x^{10-5k}$.

Số hạng cần tìm không chứa x nên ta có: $10-5k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $T_2 = C_5^2 = 10$.

Câu 24. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là

A. 5.

B. 35.

C. 45.

D. 7.

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k (\sqrt[3]{x})^{7-k} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $\begin{cases} \frac{7}{3} - \frac{7}{12}k = 0 \\ 0 \leq k \leq 7, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow k=4$.

Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là: $C_7^4 = 35$.

Câu 25. Cho x là số thực dương, số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30}$ là

A. 2^{20} .B. $2^{20} \cdot C_{30}^{10}$.C. $2^{10} \cdot C_{30}^{20}$.D. C_{30}^{20} .**Lời giải****Chọn B**

Ta có $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30} = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k (x)^{30-k} \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k (2)^k (x)^{\frac{60-3k}{2}}$.

Số hạng không chứa x tương ứng $\frac{60-3k}{2} = 0 \Rightarrow k=20$.

Vậy số hạng không chứa x là: $2^{20} \cdot C_{30}^{20} = 2^{20} \cdot C_{30}^{10}$.

Câu 15. Cho khai triển $(2x-1)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Tìm a_1

A. 20.

B. 40.

C. -40.

D. -760.

Lời giải**Chọn C**

Ta có: a_1 là hệ số của x

Hạng tử chứa x trong khai triển là: $-C_{20}^{19}2x \Rightarrow a_1 = -40$

Câu 26. Cho khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$ bằng:

A. 1.

B. 3^{20} .

C. 0.

D. -1.

Lời giải

$(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20} \quad (1)$.

Thay $x=1$ vào (1) ta có: $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = (-1)^{20} = 1$.

Câu 27. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(x - \frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^{12}$ là:

A. 376.

B. -264.

C. 264.

D. 260.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x - \frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^{12}$ (với $x > 0$) là

$$T_{k+1} = C_{12}^k \cdot x^{12-k} \cdot \left(-\frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^k = (-2)^k \cdot C_{12}^k \cdot x^{12-k} \cdot x^{-\frac{3k}{2}} = (-2)^k \cdot C_{12}^k \cdot x^{12-\frac{5k}{2}}.$$

Số hạng trên chứa x^7 suy ra $12 - \frac{5k}{2} = 7 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển trên là $(-2)^2 \cdot C_{12}^2 = 264$.

Câu 28. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{13}$.

A. 1716.

B. 68.

C. -176.

D. 286.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{13}$

$$T_{k+1} = C_{13}^k x^{13-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{13}^k x^{13-2k}.$$

T_{k+1} chứa $x^7 \Leftrightarrow 13 - 2k = 7 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{13}$ bằng: $C_{13}^3 = 286$.

Câu 29. Hệ số của x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$, $x \neq 0$ là.

A. C_{40}^4 .

B. C_{40}^2 .

C. C_{40}^3 .

D. C_{40}^5 .

Lời giải.

Chọn C

$$\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-k} \cdot x^{-2k} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-3k}$$

Theo giả thiết: $40 - 3k = 31 \Rightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của x^{31} là $C_{40}^3 = 9880$.

Câu 30. Hệ số lớn nhất trong khai triển $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4$

A. $\frac{27}{128}$.

B. $\frac{9}{32}$.

C. $\frac{27}{32}$.

D. $\frac{27}{64}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4 &= \sum_{k=0}^4 C_4^k \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{4-k} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^k \\ &= \frac{1}{256} + \frac{3}{64}x + \frac{27}{128}x^2 + \frac{27}{64}x^3 + \frac{81}{256}x^4 \end{aligned}$$

Vậy hệ số lớn nhất trong khai triển là $\frac{27}{64}$.

- Câu 31.** Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n$ bằng 180. Tìm n .
A. $n=8$. **B.** $n=12$. **C.** $n=14$. **D.** $n=10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $T_{k+1} = C_n^k \cdot 2^k x^k$.

Hệ số của x^2 trong khai triển bằng 180

$$C_n^2 \cdot 2^2 = 180 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} \cdot 2^2 = 180 \Leftrightarrow n(n-1) = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -9 \end{cases} (l)$$

- Câu 32.** Tìm hệ số h của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$.
A. $h=84$. **B.** $h=672$. **C.** $h=560$. **D.** $h=280$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k (x^2)^k \left(\frac{2}{x}\right)^{7-k} = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot 2^{7-k} \cdot x^{3k-7}.$$

Cần tìm k sao cho $3k-7=5$, suy ra $k=4$.

Vậy hệ số h của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$ là $h = C_7^4 \cdot 2^3 = 280$.

- Câu 33.** Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển Newton $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$ là
A. -3640 . **B.** 3640 . **C.** 455 . **D.** -1863680

Lời giải

Chọn A

$$\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{15-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{15-k} (-2)^k (x^{-2})^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (-2)^k x^{15-3k}$$

Số hạng tổng quát của khai triển $T_{k+1} = C_{15}^k (-2)^k x^{15-3k}$

Số của số hạng chứa x^6 : $15-3k=6 \Leftrightarrow k=3$. Hệ số của số hạng chứa

$$x^6 C_{15}^k (-2)^k = C_{15}^3 (-2)^3 = -3640$$

- Câu 34.** Tìm hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$.
A. 58690. **B.** 4004. **C.** 3003. **D.** 5005.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát của khai triển đã cho là $C_{15}^k (x^3)^{15-k} \cdot (xy)^k = C_{15}^k \cdot x^{45-2k} \cdot y^k$,

với $0 \leq k \leq 15$, $k \in \mathbb{Z}$. Số hạng này chứa $x^{25}y^{10}$ khi và chỉ khi $k = 10$.

Vậy hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$ là $C_{15}^{10} = 3003$.

Câu 35. Cho khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển trên

A. 80.

B. 160.

C. 240.

D. 60.

Lời giải:

Chọn D

$$\text{Ta có: } \left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{6-k} \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^6 2^k C_6^k x^{6-\frac{3k}{2}}.$$

Số hạng chứa x^3 ứng với $6 - \frac{3k}{2} = 3 \Rightarrow k = 2$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 bằng $2^2 \cdot C_6^2 = 60$.

Câu 36. Cho khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển trên

A. 80.

B. 160.

C. 240.

D. 60.

Lời giải:

Chọn D

$$\text{Ta có: } \left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{6-k} \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^6 2^k C_6^k x^{6-\frac{3k}{2}}.$$

Số hạng chứa x^3 ứng với $6 - \frac{3k}{2} = 3 \Rightarrow k = 2$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 bằng $2^2 \cdot C_6^2 = 60$.

Câu 37. Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n .

A. $n = 7$.

B. $n = 6$.

C. $n = 8$.

D. $n = 5$.

Lời giải

Chọn D

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển của $(1-3x)^n$ là: $T_{k+1} = C_n^k (-3)^k x^k$.

Số hạng chứa x^2 ứng với $k = 2$.

Ta có: $C_n^2 (-3)^2 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 10 \Leftrightarrow n(n-1) = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -4(L) \end{cases}. \text{ Vậy } n = 5.$$

Câu 38. Số hạng thứ 13 trong khai triển $(2-x)^{15}$ bằng?

A. $3640x^{13}$.

B. $3640x^{12}$.

C. $-420x^{12}$.

D. 3640.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (2-x)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k 2^{15-k} \cdot (-x)^k$$

Số hạng thứ 13 trong khai triển tương ứng với $k = 12 \Rightarrow C_{15}^{12} \cdot 2^{15-12} \cdot (-x)^{12} = 3640x^{12}$.

Câu 39. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^9$.

A. $-\frac{1}{8}C_9^3x^3$.

B. $\frac{1}{8}C_9^3 \cdot x^3$.

C. $-C_9^3 \cdot x^3$.

D. $C_9^3x^3$.

Lời giải

Chọn A

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là: $T_{k+1} = C_9^k x^{9-k} \cdot \left(-\frac{1}{2x}\right)^k = C_9^k \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^k x^{9-2k}$.

Số hạng chứa x^3 có giá trị k thỏa mãn: $9-2k=3 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển là: $-\frac{1}{8}C_9^3x^3$.

Câu 40. Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$.

A. $-C_{13}^3$.

B. $-C_{13}^3x^7$.

C. $-C_{13}^4x^7$.

D. $-C_{13}^4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có công thức của số hạng tổng quát:

$$T_{k+1} = C_{13}^k x^{13-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_{13}^k x^{13-k} (-1)^k x^{-k} = C_{13}^k \cdot (-1)^k x^{13-2k}$$

Số hạng chứa x^7 khi và chỉ khi $13-2k=7 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x^7 trong khai triển là $-C_{13}^3x^7$.

Câu 41. Tìm số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$?

A. $C_{40}^4x^{31}$.

B. $-C_{40}^{37}x^{31}$.

C. $C_{40}^{37}x^{31}$.

D. $C_{40}^3x^{31}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có khai triển: $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-k} \left(x^{-2}\right)^k = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-3k}$

Số hạng tổng quát trong khai triển: $C_{40}^k x^{40-3k}$

Số hạng chứa x^{31} ứng với: $40-3k=31 \Leftrightarrow k=3$

Vậy số hạng chứa x^{31} là: $C_{40}^3x^{31}$

Câu 42. Số hạng chứa x^{34} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{40}$ là

A. $-C_{40}^{37}x^{34}$.

B. $C_{40}^3x^{34}$.

C. $C_{40}^2x^{34}$.

D. $C_{40}^4x^{34}$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{40}$ là:

$$a_{k+1} = C_{40}^k x^{40-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{40}^k x^{40-k} x^{-k} = C_{40}^k x^{40-2k}$$

Số hạng chứa x^{34} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{40}$ tương ứng với: $40-2k=34 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x^{34} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{40}$ là: $C_{40}^3 x^{34}$.

- Câu 43.** Biết hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển $(1+4x)^n$ là 3040. Số tự nhiên n bằng bao nhiêu?
A. 28. **B.** 26. **C.** 24. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } (1+4x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (4x)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k 4^k x^k.$$

Hệ số của số hạng chứa x^2 là: $C_n^2 4^2$.

$$\text{Giả thiết suy ra } C_n^2 4^2 = 3040 \Leftrightarrow C_n^2 = 190 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 190 \Leftrightarrow n^2 - n - 380 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \text{ (t/m)} \\ n = -19 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

- Câu 44.** Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n .
A. $n=5$. **B.** $n=8$. **C.** $n=6$. **D.** $n=7$.

Lời giải

$$\text{Số hạng tổng quát thứ } k+1 \text{ là } T_{k+1} = C_n^k (-3x)^k = C_n^k (-3)^k x^k.$$

Vì hệ số của x^2 nên cho $k=2$.

$$\text{Khi đó ta có } C_n^2 (-3)^2 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \text{ (n)} \\ n = -4 \text{ (l)} \end{cases}.$$

Vậy $n=5$.

- Câu 45.** Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n$ bằng 180. Tìm n .
A. $n=12$. **B.** $n=14$. **C.** $n=8$. **D.** $n=10$.

Lời giải

$$\text{Ta có } (1+2x)^n = C_n^0 + C_n^1 \cdot 2x + C_n^2 \cdot (2x)^2 + \dots + C_n^n (2x)^n.$$

$$\text{Hệ số của } x^2 \text{ bằng } 180 \Leftrightarrow 4 \cdot C_n^2 = 180 \Leftrightarrow 4 \frac{n!}{2!(n-2)!} = 180 \Leftrightarrow n(n-1) = 90$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \text{ (l)} \\ n = 10 \end{cases}.$$

Vậy $n=10$.

- Câu 46.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.
A. -810. **B.** 826. **C.** 810. **D.** 421.

Lời giải

$$\text{Ta có } \left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 (-1)^k \cdot C_5^k \cdot (3x^3)^{5-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^5 (-1)^k \cdot C_5^k \cdot 3^{5-k} \cdot 2^k x^{15-5k}.$$

Số hạng chứa x^{10} ứng với $15-5k=10 \Leftrightarrow k=1$.

$$\text{Hệ số của số hạng chứa } x^{10} \text{ là } (-1)^1 C_5^1 \cdot 3^4 \cdot 2^1 = -810.$$

Câu 47. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$.

A. C_{40}^{37} .

B. C_{40}^{31} .

C. C_{40}^4 .

D. C_{40}^2 .

Lời giải

Ta có: $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$.

Số hạng tổng quát của khai triển là: $T_{k+1} = C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$.

Số hạng chứa x^{31} trong khai triển tương ứng với $40-3k=31 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số cần tìm là: $C_{40}^3 = C_{40}^{37}$.

Câu 48. Trong khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$, hệ số của x^3 ($x > 0$) là:

A. 80.

B. 160.

C. 240.

D. 60.

Lời giải

Ta có: $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6 = \left(x + 2x^{-\frac{1}{2}}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k (x)^{6-k} \left(2x^{-\frac{1}{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot 2^k (x)^{6-k} \left(2x^{-\frac{1}{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot 2^k x^{6-\frac{3}{2}k}$

Theo đề bài, $x^{6-\frac{3}{2}k} = x^3 \Leftrightarrow 6-\frac{3}{2}k=3 \Leftrightarrow k=2$

Hệ số của x^3 ($x > 0$) là: $C_6^2 \cdot 2^2 = 60$.

Câu 49. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + 2.C_n^1 + 2^2.C_n^2 + \dots + 2^n.C_n^n = 59049$. Biết số hạng thứ 3 trong khai triển Newton của $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\frac{81}{2}n$. Khi đó giá trị của x bằng

A. 1

B. 2.

C. ± 1

D. ± 2 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $C_n^0 + 2.C_n^1 + 2^2.C_n^2 + \dots + 2^n.C_n^n = 59049 \Rightarrow (2+1)^n = 59049 \Leftrightarrow 3^n = 3^{10} \Leftrightarrow n=10$.

Ta được nhị thức $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^{10}$.

Số hạng thứ ba của khai triển là $T_3 = C_{10}^2 \cdot (x^2)^8 \cdot \left(-\frac{3}{x}\right)^2 = 405x^{14}$.

Theo giả thiết ta có: $405x^{14} = \frac{81}{2}n \Leftrightarrow 405x^{14} = 405 \Leftrightarrow x^{14} = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Câu 50. Cho nhị thức $\left(2x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$, trong đó số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^3 = 72n$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển.

A. $2^6 C_{10}^4 x^5$.

B. $2^5 C_{10}^5 x^5$.

C. $2^7 C_{10}^3 x^5$.

D. $2^6 C_{10}^7 x^5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A_n^3 = 72n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} = 72n \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 72n \Leftrightarrow n=10$.

Xét khai triển:

$$\left(2x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x^2)^{10-k} \left(\frac{1}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} x^{20-2k} \cdot x^{-3k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} x^{20-5k}.$$

Số hạng chứa x^5 trong khai triển tương đương với: $20 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 3$.

Suy ra số hạng chứa x^5 trong khai triển là: $2^7 C_{10}^3 x^5$.

Câu 51. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng

$$1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n = 256n \quad (C_n^k \text{ là số tổ hợp chập } k \text{ của } n \text{ phần tử}).$$

A. 489888

B. 49888.

C. 48988.

D. 4889888.

Lời giải

Chọn A

Tìm n .

Trước hết ta chứng minh công thức $\frac{k}{n} C_n^k = C_{n-1}^{k-1}$ với $1 \leq k \leq n$ và $n \geq 2$.

$$\text{Thật vậy, } \frac{k}{n} C_n^k = \frac{k}{n} \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = C_{n-1}^{k-1}.$$

Áp dụng công thức trên ta có

$$\begin{aligned} 1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n &= n \left(\frac{1}{n} C_n^1 + \frac{2}{n} C_n^2 + \frac{3}{n} C_n^3 + \dots + \frac{n}{n} C_n^n \right) \\ &= n (C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + \dots + C_{n-1}^{n-1}) = n 2^{n-1} \end{aligned}$$

$$\text{Theo đề } 1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n = 256n \Leftrightarrow n 2^{n-1} = 256n \Leftrightarrow 2^{n-1} = 256 \Leftrightarrow n = 9.$$

Chọn A.

Câu 52. Cho khai triển $(1+3x)^n = a_0 + a_1 x^1 + \dots + a_n x^n$ trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức

$$a_0 + \frac{a_1}{3} + \dots + \frac{a_n}{3^n} = 4096. \text{ Tìm hệ số } a_i \text{ lớn nhất.}$$

A. 1732104.

B. 3897234.

C. 4330260.

D. 3247695.

Lời giải

Chọn C

Xét khai triển $(1+3x)^n = a_0 + a_1 x^1 + \dots + a_n x^n$.

$$\text{Cho } x = \frac{1}{3} \text{ ta được } \left(1+3 \cdot \frac{1}{3}\right)^n = a_0 + \frac{a_1}{3} + \dots + \frac{a_n}{3^n} \Rightarrow 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12.$$

$$\text{Khi đó } (1+3x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \cdot 3^k \cdot x^k.$$

$$\text{Ta có hệ số } a_k = 3^k C_{12}^k = 3^k \cdot \frac{12!}{k!(12-k)!}$$

$$\text{Hệ số } a_k \text{ lớn nhất nên } \begin{cases} a_k \geq a_{k-1} \\ a_k \geq a_{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^k \cdot \frac{12!}{k!(12-k)!} \geq 3^{k-1} \cdot \frac{12!}{(k-1)!(12-k+1)!} \\ 3^k \cdot \frac{12!}{k!(12-k)!} \geq 3^{k+1} \cdot \frac{12!}{(k+1)!(12-k-1)!} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{k} \geq \frac{1}{13-k} \\ \frac{1}{12-k} \geq \frac{3}{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 39-3k \geq k \\ k+1 \geq 36-3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \leq \frac{39}{4} \\ k \geq \frac{35}{4} \end{cases}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên nhận $k = 9$.

Vậy hệ số lớn nhất $a_9 = 3^9 \cdot C_{12}^9 = 4330260$.

Câu 53. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{3n+1}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn

$$3C_{n+1}^2 + nP_2 = 4A_n^2.$$

A. $210x^6$.

B. 210.

C. $120x^6$.

D. 120.

Lời giải

Chọn B

Đk: $n \geq 2, n \in \mathbb{Z}$.

$$3C_{n+1}^2 + nP_2 = 4A_n^2$$

$$\Leftrightarrow 3 \frac{(n+1)!}{(n-1)!2!} + 2!n = 4 \frac{n!}{(n-2)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}n(n+1) + 2n = 4n(n-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}n^2 - \frac{15}{2}n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (L)} \\ n = 3 \end{cases}$$

Với $n = 3$, nhị thức trở thành $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$.

Số hạng tổng quát là $C_{10}^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{10-k} \cdot (x^3)^k = C_{10}^k \cdot x^{4k-10}$

Từ yêu cầu bài toán ta cần có: $4k - 10 = 6 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^6 là $C_{10}^4 = 210$.

Câu 54. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng $\frac{2}{C_n^2} + \frac{14}{3C_n^3} = \frac{1}{n}$ (C_n^k

là số tổ hợp chập k của n phần tử).

A. 326592.

B. 3265922

C. 3265592

D. 32692.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét phương trình } \frac{2}{C_n^2} + \frac{14}{3C_n^3} = \frac{1}{n} \quad (1)$$

Điều kiện: $n \geq 3, n \in \mathbb{Z}$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (n-2)! \cdot 2!}{n!} + \frac{14 \cdot (n-3)! \cdot 3!}{3 \cdot n!} = \frac{1}{n} \Leftrightarrow \frac{4}{n(n-1)} + \frac{28}{n(n-1)(n-2)} = \frac{1}{n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{n-1} + \frac{28}{(n-1)(n-2)} = 1 \Leftrightarrow 4(n-2) + 28 = (n-1)(n-2) \Leftrightarrow n^2 - 7n - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -2 \text{ (l)} \end{cases}$$

Với $n=9$ ta có: $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot (2x^2)^{9-k} \cdot \left(-\frac{3}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot 2^{9-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{18-3k}$

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_9^k \cdot 2^{9-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{18-3k}$

Cho $18-3k=6 \Rightarrow k=4 \Rightarrow$ hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển là $C_9^4 \cdot 2^5 \cdot (-3)^4 = 326592$.

Câu 55. Tìm số hạng chứa x^{26} trong khai triển $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn hệ thức

$$C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1.$$

A. 325.

B. 210.

C. 200.

D. 152.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta suy ra $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20}$.

Mặt khác: $C_{2n+1}^k = C_{2n+1}^{2n+1-k}$, $\forall k \in \mathbb{N}$, $0 \leq k \leq 2n+1$ nên ta có:

$$C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = \frac{1}{2} (C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1}) = \frac{1}{2} (1+1)^{2n+1} = 2^{2n}.$$

Suy ra: $2^{2n} = 2^{20} \Leftrightarrow n=10$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^{10}$ là: $T_{k+1} = C_{10}^k \left(\frac{1}{x^4}\right)^{10-k} (x^7)^k = C_{10}^k x^{11k-40}$.

Hệ số của x^{26} là C_{10}^k với k thỏa mãn: $11k-40=26 \Leftrightarrow k=6$.

Vậy hệ số của x^{26} là $C_{10}^6 = 210$.

Câu 56. Với n là số tự nhiên thỏa mãn $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$

bằng

A. 1972.

B. 786.

C. 1692.

D. -1792.

Lời giải

Điều kiện $n \geq 6$ và $n \in \mathbb{N}$.

$$C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454 \Leftrightarrow \frac{(n-4)!}{(n-6)!2!} + n \cdot \frac{n!}{(n-2)!} = 454 \Leftrightarrow \frac{(n-5)(n-4)}{2} + n^2(n-1) = 454$$

$$\Leftrightarrow 2n^3 - n^2 - 9n - 888 = 0 \Leftrightarrow n=8 \text{ (Vì } n \in \mathbb{N} \text{)}.$$

Khi đó ta có khai triển: $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^8$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_8^k \left(\frac{2}{x}\right)^{8-k} (-x^3)^k = C_8^k (-1)^k 2^{8-k} x^{4k-8}$.

Hệ số của số hạng chứa x^4 ứng với k thỏa mãn: $4k-8=4 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 là: $C_8^3(-1)^3 2^5 = -1792$.

Câu 57. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$, hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ bằng.

A. 120.

B. 252.

C. 45.

D. 210.

Lời giải

$$C_n^1 + C_n^3 = 13n \Leftrightarrow n + \frac{n!}{3!(n-3)!} = 13n \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 13n \Leftrightarrow 6 + n^2 - 3n + 2 = 78.$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -7 \\ n = 10 \end{cases}. \text{ Vì } n \text{ là số nguyên dương nên } n = 10.$$

Ta có khai triển: $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}$.

Số hạng tổng quát của khai triển: $T_{k+1} = C_{10}^k x^{2(10-k)} \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^k = C_{10}^k x^{20-5k}$.

Số hạng chứa x^5 ứng với $20 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 3$. Vậy hệ số của số hạng chứa $C_{10}^3 = 120$.

Câu 58. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 = C_n^2 + C_n^1 + 4n + 6$. Hệ số của số hạng chứa x^9 của khai triển biểu thức $P(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^n$ bằng:

A. 18564.

B. 64152.

C. 192456.

D. 194265.

Lời giải

$$A_n^2 = C_n^2 + C_n^1 + 4n + 6 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} + \frac{n!}{(n-1)!1!} + 4n + 6$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) = \frac{n(n-1)}{2} + n + 4n + 6 \Leftrightarrow n^2 - 11n - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 \text{ (l)} \\ n = 12 \text{ (n)} \end{cases}.$$

Khi đó $P(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12}$.

Công thức số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_{12}^k (x^2)^{12-k} \cdot \left(\frac{3}{x}\right)^k = C_{12}^k \cdot 3^k \cdot x^{24-3k}$.

Số hạng chứa $x^9 \Rightarrow 24 - 3k = 9 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển là $C_{12}^5 \cdot 3^5 = 192456$.

Câu 59. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là

A. $-101376x^8$.

B. -101376 .

C. -112640 .

D. $101376x^8$.

Lời giải

Ta có: $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!1!} + \frac{n!}{(n-2)!2!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = 78$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13 \end{cases} \Leftrightarrow n = 12.$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ là: $(-1)^k C_{12}^k (x^3)^{12-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = (-1)^k C_{12}^k \cdot 2^k \cdot x^{36-4k}$.

$$\text{Cho } 36 - 4k = 8 \Leftrightarrow k = 7.$$

Vậy số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ là $-C_{12}^7 \cdot 2^7 \cdot x^8 = -101376x^8$.

- Câu 60.** Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Trong khai triển biểu thức $(x^3 + 2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k là
- A. 54912. B. 1287. C. 2574. D. 41184.

Lời giải

Điều kiện: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Ta có } 3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1) \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - 3 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} = 52(n-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-1)n(n+1)}{2} - 3n(n-1) = 52(n-1) \Leftrightarrow n^2 + n - 6n = 104$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 5n - 104 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 13 \\ n = -8 \end{cases} \Leftrightarrow n = 13.$$

$$(x^3 + 2y^2)^{13} = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k (x^3)^{13-k} (2y^2)^k = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k 2^k x^{39-3k} y^{2k}.$$

$$\text{Ta có: } 39 - 3k + 2k = 34 \Leftrightarrow k = 5. \text{ Vậy hệ số } C_{13}^5 2^5 = 41184.$$

- Câu 61.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$.
- A. $a = 11520$. B. $a = 256$. C. $a = 45$. D. $a = 3360$.

Lời giải

Điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

$$\text{Có } 5C_n^1 - C_n^2 = 5 \Rightarrow 5n - \frac{n(n-1)}{2} = 5 \Leftrightarrow n^2 - 11n + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = 10 \end{cases}$$

$$\text{Do } n \geq 2 \Rightarrow n = 10.$$

$$\text{Xét khai triển: } \left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-3k}$$

$$\text{Hệ số } a \text{ của } x^4 \text{ trong khai triển tương ứng với } 10 - 3k = 4 \Leftrightarrow k = 2.$$

$$\text{Vậy hệ số cần tìm là } a = C_{10}^2 \cdot 2^8 = 11520.$$

- Câu 62.** Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3A_n^{n-2} + C_n^3 = 40$. Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$ là
- A. 1024. B. -1024. C. -1042. D. 1042.

Lời giải

Điều kiện $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Ta có } 3A_n^{n-2} + C_n^3 = 40 \Leftrightarrow 3 \frac{n!}{2!} + \frac{n!}{3!(n-3)!} = 40 \Leftrightarrow n! \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{6(n-3)!} \right) = 40.$$

Vì $\frac{3}{2} + \frac{1}{6(n-3)!} > 1$ nên $n! < 40$. Lần lượt thử các giá trị $n = 3, 4$ ta có $n = 4$ thỏa mãn.

Với $n = 4$, số hạng tổng quát trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^8$ là $C_8^k (2x)^{8-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_8^k 2^{8-k} (-1)^k x^{8-2k}$.

Số hạng chứa x^6 tương ứng với $8-2k=6 \Leftrightarrow k=1$. Do đó hệ số cần tìm là $C_8^1 2^{8-1} (-1)^1 = -1024$.

Câu 63. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 + 3C_n^1 = 120$, số hạng không chứa x trong khai triển của

biểu thức $\left(x^4 - \frac{3}{x}\right)^n$ bằng

A. 295245.

B. 245295.

C. 292545.

D. 259254.

Lời giải

Giải phương trình: $A_n^2 + 3C_n^1 = 120$, Đk: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

$$A_n^2 + 3C_n^1 = 120 \Leftrightarrow n(n-1) + 3n = 120 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -12 \end{cases}$$

$$\text{Có } \left(x^4 - \frac{3}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-3)^k x^{40-5k}.$$

Số hạng không chứa x khi $40-5k=0 \Leftrightarrow k=8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{10}^8 \cdot (-3)^8 = 295245$.

Câu 64. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$, ($x \neq 0$), biết số

nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

A. $\frac{97}{12}$.

B. $\frac{29}{51}$.

C. $\frac{297}{512}$.

D. $\frac{279}{215}$.

Lời giải

điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$.

$$C_n^3 + A_n^2 = 50 \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 50$$

$$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 6n(n-1) - 300 = 0$$

$$\Leftrightarrow n^3 + 3n^2 - 4n - 300 = 0 \Leftrightarrow n = 6.$$

Ta có nhị thức $\left(\frac{3}{x} + \frac{x}{2}\right)^{12}$.

$$\text{Số hạng tổng quát } C_{12}^k \left(\frac{3}{x}\right)^{12-k} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^k = \frac{C_{12}^k \cdot 3^{12-k}}{2^k} \cdot x^{2k-12}$$

Cho $2k-12=8 \Rightarrow k=10$.

Hệ số cần tìm là $\frac{C_{12}^{10} \cdot 3^2}{2^{10}} = \frac{297}{512}$.

Câu 65. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng

$1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n = 256n$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

A. 489888.

B. 49888.

C. 48988.

D. 4889888.

Lời giải

Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + C_n^3x^3 + \dots + C_n^nx^n$ (1)

Đạo hàm hai vế của (1) ta được: $n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2x + 3C_n^3x^2 + \dots + nC_n^nx^{n-1}$ (2)

Trong công thức (2) ta cho $x=1$ ta được:

$n2^{n-1} = C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n \Leftrightarrow n.2^{n-1} = 256n \Leftrightarrow 2^{n-1} = 256 \Leftrightarrow n=9$.

Khi đó, $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n = \left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-3)^k 2^{9-k} x^{18-3k}$.

Do đó số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^9$ nếu $18-3k=0$ hay $k=6$.

Suy ra số hạng cần tìm là $C_9^6 (-3)^6 2^3 = 489888$.

Câu 66. Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

A. -672.

B. 672.

C. 627.

D. -627.

Lời giải

Ta có $(1-2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (-2x)^k$. Vậy $a_0=1$; $a_1=-2C_n^1$; $a_2=4C_n^2$.

Theo bài ra $a_0 + a_1 + a_2 = 71$ nên ta có:

$1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 71 \Leftrightarrow 1 - 2\frac{n!}{1!(n-1)!} + 4\frac{n!}{2!(n-2)!} = 71 \Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) = 71$

$\Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 70 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 35 = 0 \Leftrightarrow n=7$ hoặc $n=-5$ (loại).

Từ đó ta có $a_5 = C_7^5 (-2)^5 = -672$.

Câu 67. Với n là số nguyên dương thỏa mãn điều kiện $A_n^2 - C_n^3 = 10$, tìm hệ số a_5 của số hạng chứa x^5

trong khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^n$ với $x \neq 0$.

A. $a_5 = 10$.

B. $a_5 = -10x^5$.

C. $a_5 = 10x^5$.

D. $a_5 = -10$.

Lời giải

Ta có

$A_n^2 - C_n^3 = 10 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} = 10, (n \in \mathbb{N}, n \geq 3)$

$\Leftrightarrow n(n-1) - \frac{1}{6}n(n-1)(n-2) = 10 \Leftrightarrow -\frac{1}{6}n^3 + \frac{3}{2}n^2 - \frac{4}{3}n - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -2 \\ n = 6 \\ n = 5 \end{cases}$

So điều kiện nhận $n=6$ hay $n=5$.

Khi $n = 6$, ta có $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{2(6-k)} \left(\frac{-2}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-2)^k x^{12-5k}$.

Để có x^5 thì $12 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = \frac{7}{5}$.

Khi $n = 5$, ta có $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k x^{2(5-k)} \left(\frac{-2}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k (-2)^k x^{10-5k}$.

Để có x^5 thì $10 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 1$.

Vậy $a_5 = C_5^1 (-2) = -10$.

Câu 68. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+3x)^{2n}$ biết $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$

A. 61236.

B. 63216.

C. 61326.

D. 66321.

Lời giải

Ta có: $A_n^3 + 2A_n^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 2 \frac{n!}{(n-2)!} = 100 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 2n(n-1) = 100$

$\Leftrightarrow n^3 - n^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow n = 5$.

Ta có: $(1+3x)^{2n} = (1+3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (3x)^k$.

Hệ số x^5 sẽ là $C_{10}^5 3^5 = 61236$.

Câu 69. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$. Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$ là:

A. 11264.

B. 22.

C. 220.

D. 24.

Lời giải

Ta có $(3-1)^n = 3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n$

$\Leftrightarrow 2^n = 2048 \Leftrightarrow 2^n = 2^{11} \Leftrightarrow n = 11$.

Xét khai triển $(x+2)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{11-k} \cdot 2^k$

Tìm hệ số của $x^{10} \Leftrightarrow$ tìm $k \in \mathbb{N}$ ($k \leq 11$) thỏa mãn $11-k=10 \Leftrightarrow k=1$.

Vậy hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^{11}$ là $C_{11}^1 \cdot 2 = 22$.

Câu 70. Trong khai triển $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ biết hệ số của x^3 là $3^4 C_n^5$. Giá trị n có thể nhận là

A. 9.

B. 12.

C. 15.

D. 16.

Lời giải

Ta có $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (3x^2)^{n-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k 3^{n-k} x^{2n-3k}$.

Biết hệ số của x^3 là $3^4 C_n^5$ nên $\begin{cases} 2n-3k=3 \\ n-k=4 \\ k=5 \\ 0 \leq k \leq n, (k, n \in \mathbb{N}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=5 \\ n=9 \end{cases}$.

Vậy $n=9$.

Câu 71. Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$; ($x > 0$) biết $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$ là

A. 1303.

B. 313.

C. 495.

D. 13129.

Lời giải

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$

Ta có

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{(n+1)!3!} - \frac{(n+3)!}{n!3!} = 7(n+3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)(n+2)}{6} - \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{6} = 7(n+3)$$

$$\Leftrightarrow 3n = 36 \Leftrightarrow n = 12.$$

Xét khai triển

$$\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \left(\frac{1}{x^3}\right)^k \left(\sqrt{x^5}\right)^{12-k} \quad (0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{N})$$

$$= \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{\frac{60-11k}{2}}.$$

$$\text{Đề số hạng chứa } x^8 \text{ thì } \frac{60-11k}{2} = 8 \Leftrightarrow k = 4.$$

Vậy hệ số chứa x^8 trong khai triển trên là $C_{12}^4 = 495$.

Câu 72. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$ với $x > 0$, biết n là số tự nhiên lớn nhất thỏa mãn $A_n^5 \leq 18A_{n-2}^4$.

A. 8064.

B. 3360.

C. 13440.

D. 15360.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} n \geq 6 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } A_n^5 \leq 18A_{n-2}^4 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)!} \leq 18 \cdot \frac{(n-2)!}{(n-6)!}$$

$$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \leq 18(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) \leq 18(n-5) \Leftrightarrow n^2 - 19n + 90 \leq 0 \Leftrightarrow 9 \leq n \leq 10 \xrightarrow{n \rightarrow \max} n = 10.$$

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } \left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{10} \text{ là } T_{k+1} = C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^k$$

$$= C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{10-k} \cdot x^{-\frac{k}{5}} = C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{\frac{50-6k}{5}}.$$

$$\text{Tìm } k \text{ sao cho } \frac{50-6k}{5} = 4 \Leftrightarrow k = 5.$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 là $C_{10}^5 \cdot 2^{10-5} = 8064$.

Câu 73. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^n$ biết $A_n^2 - C_n^2 = 105$.

A. -3003.

B. -5005.

C. 5005.

D. 3003.

Lời giải

$$\text{Ta có: } A_n^2 - C_n^2 = 105 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{2!(n-2)!} = 105 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n(n-1) = 105 \Leftrightarrow n^2 - n - 210 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -14 \text{ (L)} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra số hạng tổng quát trong khai triển: } T_{k+1} = C_{15}^k \cdot (x^2)^{15-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_{15}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{30-3k}.$$

$$\text{Tìm } 30 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 10.$$

$$\text{Vậy hệ số của số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển là: } C_{15}^{10} \cdot (-1)^{10} = 3003.$$

Câu 74. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$.

A. 2099529.

B. -2099520.

C. -1959552.

D. 1959552.

Lời giải

$$\text{Ta có } (x+1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 \cdot x^{2n+1} + C_{2n+1}^1 \cdot x^{2n} + \dots + C_{2n+1}^{2n} \cdot x + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (1)$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ vào (1): } 2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (2)$$

$$\text{Thay } x=-1 \text{ vào (1): } 0 = -C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 - \dots - C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (3)$$

$$\text{Phương trình (2) trừ (3) theo vế: } 2^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n})$$

$$\text{Theo đề ta có } 2^{2n+1} = 2 \cdot 1024 \Leftrightarrow n = 5$$

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển } (2-3x)^{10}:$$

$$T_{k+1} = C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot (-3x)^k = C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot (-3)^k \cdot x^k$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } k = 5.$$

$$\text{Vậy hệ số cần tìm } C_{10}^5 \cdot 2^5 \cdot (-3)^5 = -1959552.$$

Câu 75. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai triển

$$\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n \text{ là}$$

A. $-101376x^8$.

B. -101376 .

C. -112640 .

D. $101376x^8$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} + \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = 78$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13 \end{cases} \Leftrightarrow n = 12.$$

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} \text{ là: } (-1)^k C_{12}^k (x^3)^{12-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = (-1)^k C_{12}^k \cdot 2^k \cdot x^{36-4k}.$$

$$\text{Cho } 36 - 4k = 8 \Leftrightarrow k = 7.$$

$$\text{Vậy số hạng chứa } x^8 \text{ trong khai triển } \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} \text{ là } -C_{12}^7 \cdot 2^7 \cdot x^8 = -101376x^8.$$

Câu 76. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^3 = \frac{4}{3}n + 2C_n^2$

A. 134

B. 144

C. 115

D. 141

Lời giải:

Điều kiện : $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Ta có } C_n^3 = \frac{4}{3}n + 2C_n^2 \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{4}{3}n + \frac{n!}{(n-2)!} \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 8n + 6n(n-1)$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n + 2 = 8 + 6n - 6 \Leftrightarrow n^2 - 9n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=0 \\ n=9 \end{cases}. \text{ Đối chiếu điều kiện ta được } n=9.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển } \left(x - \frac{2}{x}\right)^9, \text{ là : } C_9^k x^{9-k} \cdot \frac{(-2)^k}{x^k} = (-2)^k C_9^k x^{9-2k}$$

$$\text{Số hạng này chứa } x^5 \text{ ứng với } 9-2k=5 \Leftrightarrow k=2.$$

$$\text{Vậy hệ số của số hạng đó là } 4.C_9^2 = 144.$$

Câu 77. Tìm hệ số không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn

$$C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78.$$

A. 112640.

B. 112643.

C. -112640.

D. -112643.

Lời giải

$$C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78 \Leftrightarrow \begin{cases} n=12 \\ n=-13(l) \end{cases}.$$

$$\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n = \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^3)^{12-k} (-2)^k \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{36-4k}.$$

$$\text{Số hạng không chứa } x \text{ ứng với } 36-4k=0 \Leftrightarrow k=9 \text{ là } C_{12}^9 (-2)^9 = -112640.$$

Câu 78. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}+1} - \frac{x-1}{x-\sqrt{x}}\right)^{10}$ với $x > 0, x \neq 1$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển Niu-ton của P .

A. 200.

B. 160.

C. 210.

D. 100.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}+1} - \frac{x-1}{x-\sqrt{x}} = \sqrt[3]{x}+1 - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{Nên } P = \left(\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}+1} - \frac{x-1}{x-\sqrt{x}}\right)^{10} = \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển là: } C_{10}^k x^{\frac{10-k}{3}} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)^k = (-1)^k C_{10}^k x^{\frac{20-5k}{6}}.$$

$$\text{Khi } k=4 \text{ thì số hạng không chứa } x \text{ là } (-1)^4 C_{10}^4 = 210.$$

Câu 79. Số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9, x \neq 0$ bằng

A. 5376.

B. -5376.

C. 672.

D. -672.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(x) &= (x - 2x^{-2})^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2x^{-2})^k x^{9-k} = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{-2k} x^{9-k} \\ &= \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{-2k+9-k} = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{9-3k} \end{aligned}$$

Số hạng không chứa x của khai triển $f(x)$ ứng với $9-3k=0 \Leftrightarrow k=3$

Vậy hệ số không chứa x là $C_9^3 \cdot (-2)^3 = -672$.

Câu 80. Số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{14}$ với $x > 0$ là:

A. $2^6 C_{14}^8$.B. $2^6 C_{14}^6$.C. $2^8 C_{14}^8$.D. $-2^8 C_{14}^8$.**Lời giải**

Số hạng tổng quát trong khai triển là: $(-1)^k C_{14}^k \cdot (\sqrt[3]{x})^{14-k} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = (-1)^k C_{14}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{56-7k}{12}}$

Cho $\frac{56-7k}{12} = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là: $2^8 C_{14}^8$.

Câu 81. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $x^{11} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^5}\right)^{11}$ với $x > 0$.

A. 485.

B. 238.

C. 165.

D. 525.

Lời giải

$$\text{Ta có } x^{11} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^5}\right)^{11} = x^{11} \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot x^{\frac{11-k}{2}} \cdot x^{-5k} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot x^{\frac{33-11k}{2}}.$$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $33-11k=0 \Leftrightarrow k=3$.

Số hạng cần tìm là $C_{11}^3 = 165$.

Câu 82. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 13440

B. 3360

C. 80640

D. 322560

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $C_n^1 + C_n^2 = 55$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{1!(n-1)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 55 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 55 \Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=10 \\ n=-11 \end{cases} \Rightarrow n=10$$

Với $n=10$ thì ta có:

$$\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{3k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^{10-k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{3k} \cdot 2^{10-k} \cdot x^{2k-20} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{5k-20}$$

Để có số hạng không chứa x thì $5k-20=0 \Leftrightarrow k=4$.

Do đó hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là: $C_{10}^4 \cdot 2^6 = 13440$.

Câu 83. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}$ với $x > 0$, nếu biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

A. 485.

B. 525.

C. 165.

D. 238

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$

$$C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \text{ (tm)} \\ n = -8 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x\sqrt{x})^{11-k} \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{\frac{33-11k}{2}}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $\frac{33-11k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 3$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{11}^3 = 165$.

Câu 84. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$, với $x > 0$, nếu biết rằng $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

A. 165.

B. 238.

C. 485.

D. 525.

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} (*)$$

$$\text{Ta có } C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow n = 11 \text{ hoặc } n = -8.$$

Với $n = 11$, số hạng thứ $k+1$ trong khai triển nhị thức $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11}$ là

$$C_{11}^k (x\sqrt{x})^{11-k} \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = C_{11}^k x^{\frac{33-11k}{2}}$$

Theo giả thiết, ta có $\frac{33-11k}{2} = 0$ hay $k = 3$.

Vậy, số hạng không chứa x trong khai triển đã cho là $C_{11}^3 = 165$.

Câu 85. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa

mãn $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$ là:

A. $-C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.

B. $C_{16}^0 \cdot 2^{16}$.

C. $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.

D. $C_{16}^{16} \cdot 2^0$.

Lời giải

Với điều kiện $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$, ta có

$$\begin{aligned} C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2 &\Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} + 2n = (n+1)n \Leftrightarrow (n-1)(n-2) + 12 = 6(n+1) \\ &\Leftrightarrow n^2 - 9n + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \text{ (loại)} \\ n = 8 \text{ (thỏa)} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $n = 8$, ta có số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{16}$ là

$$C_{16}^k (2x)^{16-k} \left(-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^k = C_{16}^k 2^{16-k} (-3)^k x^{16-\frac{4}{3}k}.$$

Theo đề bài ta cần tìm k sao cho $16 - \frac{4}{3}k = 0 \Leftrightarrow k = 12$.

Do đó số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.

Câu 86. Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 - n = 27$, trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^n$ số hạng không chứa x là

A. 84.

B. 672.

C. 8.

D. 5376.

Lời giải

$$C_n^2 - n = 27 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} - n = 27 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 27$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \text{ (TM)} \\ n = -6 \text{ (L)} \end{cases}$$

Xét khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^9$ có số hạng tổng quát

$$T_{k+1} = C_9^k x^{9-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k \cdot 2^k x^{9-3k}$$

Số hạng không chứa x nên $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x là: $T_4 = C_9^3 \cdot 2^3 = 672$.

Câu 87. Cho khai triển $(1 - 3x + 2x^2)^{2017} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4034}x^{4034}$. Tìm a_2 .

A. 9136578

B. 16269122.

C. 8132544.

D. 18302258.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } A = (1 - 3x + 2x^2)^{2017} = [(1 - 3x) + 2x^2]^{2017}$$

$$\Rightarrow A = C_{2017}^0 (1 - 3x)^{2017} + C_{2017}^1 (1 - 3x)^{2016} (2x^2) + C_{2017}^2 (1 - 3x)^{2015} (2x^2)^2 + \dots + C_{2017}^{2017} (2x^2)^{2017}.$$

Trong khai triển trên chỉ có hai số hạng $C_{2017}^0 (1 - 3x)^{2017}$, $C_{2017}^1 (1 - 3x)^{2016} (2x^2)$ xuất hiện biểu thức chứa x^2

$$\square C_{2017}^0 (1 - 3x)^{2017} = C_{2017}^0 \left[C_{2017}^0 - C_{2017}^1 (3x) + C_{2017}^2 (3x)^2 - C_{2017}^3 (3x)^3 + \dots - C_{2017}^{2017} (3x)^{2017} \right]$$

$$\Rightarrow \text{Hệ số chứa } x^2 \text{ trong số hạng } C_{2017}^0 (1 - 3x)^{2017} \text{ là: } C_{2017}^0 C_{2017}^2 (3)^2$$

$$\square C_{2017}^1 (1 - 3x)^{2016} (2x^2) = C_{2017}^1 (2x^2) \left[C_{2016}^0 - C_{2016}^1 (3x) + C_{2016}^2 (3x)^2 + \dots + C_{2016}^{2016} (3x)^{2016} \right]$$

$$\Rightarrow \text{Hệ số chứa } x^2 \text{ trong số hạng } C_{2017}^1 (1 - 3x)^{2016} (2x^2) \text{ là: } 2C_{2017}^1 C_{2016}^0.$$

$$\text{Vậy hệ số } a_2 = C_{2017}^0 C_{2017}^2 (3)^2 + 2C_{2017}^1 C_{2016}^0 = 18302258$$

Câu 88. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $f(x) = (1 - 3x + 2x^3)^{10}$ thành đa thức.

A. 204120.

B. -262440.

C. -4320.

D. -62640.

Lời giải

$$f(x) = (1 - 3x + 2x^3)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (1 - 3x)^{10-k} \cdot (2x^3)^k = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10-k} C_{10}^k C_{10-k}^i (-3x)^i \cdot (2x^3)^k.$$

$$= \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10-k} C_{10}^k C_{10-k}^i (-3)^i \cdot 2^k \cdot x^{i+3k} \quad (i, k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 10, 0 \leq i \leq 10-k).$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $i + 3k = 7$.

i	1	2	3	4	5	6	7
k	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
	T/m	Không t/m	Không t/m	T/m	Không t/m	Không t/m	T/m

Vậy hệ số của x^7 là: $C_{10}^2 \cdot C_8^1 \cdot (-3) \cdot 2^2 + C_{10}^1 \cdot C_9^4 \cdot (-3)^4 \cdot 2 + C_{10}^0 \cdot C_{10}^7 \cdot (-3)^7 = -62640$.**Câu 89.** Cho khai triển $(3 - 2x + x^2)^9 = a_0 x^{18} + a_1 x^{17} + a_2 x^{16} + \dots + a_{18}$. Giá trị a_{15} bằng

A. 218700.

B. 489888.

C. -804816.

D. -174960.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (3 - 2x + x^2)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^{18-2k} \cdot (3 - 2x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^{18-2k} \sum_{i=0}^k C_k^i \cdot 3^{k-i} \cdot (-2x)^i \quad (0 \leq i \leq k \leq 9)$$

$$\text{Giá trị } a_{15} \text{ ứng với: } 18 - 2k + i = 3 \Rightarrow \begin{cases} i = 1 \\ k = 8 \end{cases} \vee \begin{cases} i = 3 \\ k = 9 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy: } a_{15} = C_9^8 \cdot C_8^1 \cdot 3^7 \cdot (-2)^1 + C_9^9 \cdot C_9^3 \cdot 3^6 \cdot (-2)^3 = -804816.$$

Câu 90. Tìm hệ số của x^3 sau khi khai triển và rút gọn các đơn thức đồng dạng của $\left(\frac{1}{x} - x + 2x^2\right)^9$, $x \neq 0$.

A. -2940.

B. 3210.

C. 2940.

D. -3210.

Lời giải

Ta có

$$\left(\frac{1}{x} - x + 2x^2\right)^9 = \left[\frac{1}{x} + x(2x - 1)\right]^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} \cdot x^k \cdot (2x - 1)^k = \sum_{k=0}^9 \sum_{i=0}^k C_k^i C_9^k (-1)^{k-i} 2^i x^{2k+i-9}.$$

Theo yêu cầu bài toán ta có $2k + i - 9 = 3 \Leftrightarrow 2k + i = 12$; $0 \leq i \leq k \leq 9$; $i, k \in \mathbb{N}$ Ta có các cặp $(i; k)$ thỏa mãn là: $(0; 6), (2; 5), (4; 4)$.

$$\text{Từ đó hệ số của } x^3 \text{ là: } C_9^6 C_6^0 (-1)^{6-0} \cdot 2^0 + C_9^5 C_5^2 (-1)^{5-2} \cdot 2^2 + C_9^4 C_4^4 (-1)^{4-4} \cdot 2^4 = -2940.$$

Câu 91. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ bằng

A. -6432.

B. -4032.

C. -1632.

D. -5418.

Lời giải

$$(x^2 - 3x + 2)^6 = (x - 1)^6 (x - 2)^6$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $(x - 1)^6$ là $C_6^k \cdot x^k \cdot (-1)^{6-k}$ với $k = 0; 1; 2; \dots; 6$.Số hạng tổng quát trong khai triển $(x - 2)^6$ là $C_6^i \cdot x^i \cdot (-2)^{6-i}$ với $i = 0; 1; 2; \dots; 6$.

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } (x^2 - 3x + 2)^6 = (x - 1)^6 (x - 2)^6 \text{ là } C_6^k x^k (-1)^{6-k} \cdot C_6^i x^i (-2)^{6-i}$$

$$= C_6^k C_6^i x^{i+k} (-1)^{12-i-k} \cdot (2)^{6-i}$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $i+k=7$. Kết hợp với điều kiện ta được các nghiệm

$$i=1 \Rightarrow k=6 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^6 C_6^1 (-1)^5 \cdot (2)^5 = -192$$

$$i=2 \Rightarrow k=5 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^5 C_6^2 (-1)^5 \cdot (2)^4 = -1440$$

$$i=3 \Rightarrow k=4 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^4 C_6^3 (-1)^5 \cdot (2)^3 = -2400$$

$$i=4 \Rightarrow k=3 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^3 C_6^4 (-1)^5 \cdot (2)^2 = -1200$$

$$i=5 \Rightarrow k=2 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^2 C_6^5 (-1)^5 \cdot (2)^1 = -180$$

$$i=6 \Rightarrow k=1 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^1 C_6^6 (-1)^5 \cdot (2)^0 = -6$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ bằng -5418

Cách 2.

$$(x^2 - 3x + 2)^6 = (x^2 + (-3x + 2))^6$$

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $C_6^k \cdot (x^2)^{6-k} (-3x + 2)^k$ với $k = 0; 1; 2; \dots; 6$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $(-3x + 2)^k$ là $C_k^i \cdot 2^{k-i} (-3x)^i$ với $0 \leq i \leq k$.

$$\begin{aligned} \text{Số hạng tổng quát trong khai triển } (x^2 - 3x + 2)^6 &\text{ là } C_6^k \cdot (x^2)^{6-k} C_k^i \cdot 2^{k-i} (-3x)^i \\ &= C_6^k C_k^i \cdot 2^{k-i} (-3)^i \cdot (x^{12-2k+i}) \end{aligned}$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $12 - 2k + i = 7 \Leftrightarrow 2k - i = 5$. Kết hợp với điều kiện ta được các nghiệm

$$k=3 \Rightarrow i=1 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^3 C_3^1 2^2 (-3)^1 = -720$$

$$k=4 \Rightarrow i=3 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^4 C_4^3 (-3)^3 \cdot (2)^1 = -3240$$

$$k=5 \Rightarrow i=5 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^5 C_5^5 (2)^0 \cdot (-3)^5 = -1458$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ bằng -5418 .

Câu 92. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1 + x + x^2 + x^3)^{10}$.

A. 582.

B. 1902.

C. 7752.

D. 252.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (1 + x + x^2 + x^3)^{10} = (1 + x^2)^{10} (1 + x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{2k} \cdot \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i \cdot x^i = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10} C_{10}^k \cdot C_{10}^i \cdot x^{2k+i}$$

Hệ số của số hạng chứa x^5 nên $2k + i = 5$.

Trường hợp 1: $k=0, i=5$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^0 \cdot C_{10}^5$.

Trường hợp 2: $k=1, i=3$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^1 \cdot C_{10}^3$.

Trường hợp 3: $k=2, i=1$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^2 \cdot C_{10}^1$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^0 \cdot C_{10}^5 + C_{10}^1 \cdot C_{10}^3 + C_{10}^2 \cdot C_{10}^1 = 1902$.

Câu 93. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $3C_n^0 + 4C_n^1 + 5C_n^2 + \dots + (n+3)C_n^n = 3840$. Tổng tất cả các hệ số của các số hạng trong khai triển $(1 + x - x^2 + x^3)^n$ là

A. 4^{10} .

B. 4^9 .

C. 2^{10} .

D. 2^9 .

Lời giải

$$3C_n^0 + 4C_n^1 + 5C_n^2 + \dots + (n+3)C_n^n = 3840$$

$$\Leftrightarrow (0+3)C_n^0 + (1+3)C_n^1 + (2+3)C_n^2 + \dots + (n+3)C_n^n = 3840$$

$$\Leftrightarrow (C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n) + 3(C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n) = 3840$$

$$\Leftrightarrow n.2^{n-1} + 3.2^n = 3840 \Leftrightarrow n = 9$$

$$\text{Cho } x = 1 \Rightarrow (1 + x - x^2 + x^3)^9 = (1 + 1 - 1^2 + 1^3)^9 = 2^9.$$

Câu 94. Giả sử $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}$ với $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{110}$ là các hệ số. Giá trị của tổng $T = C_{11}^0a_{11} - C_{11}^1a_{10} + C_{11}^2a_9 - C_{11}^3a_8 + \dots + C_{11}^{10}a_1 - C_{11}^{11}a_0$ bằng

A. $T = -11$.

B. $T = 11$.

C. $T = 0$.

D. $T = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = (1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} \Leftrightarrow (1 - x)^{11} A = (1 - x^{11})^{11}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-x)^k}_P \cdot \underbrace{\sum_{i=0}^{110} a_i x^i}_Q = \sum_{m=0}^{11} C_{11}^m (-x^{11})^m.$$

$$\text{Hệ số của } x^{11} \text{ trong } P \text{ là: } C_{11}^0a_{11} - C_{11}^1a_{10} + C_{11}^2a_9 - C_{11}^3a_8 + \dots + C_{11}^{10}a_1 - C_{11}^{11}a_0 = T$$

$$\text{Hệ số của } x^{11} \text{ trong } Q \text{ là: } -C_{11}^1$$

$$\text{Vậy } T = -C_{11}^1 = -11.$$

Câu 95. Sau khi khai triển và rút gọn thì $P(x) = (1 + x)^{12} + \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18}$ có tất cả bao nhiêu số hạng

A. 27.

B. 28.

C. 30.

D. 25

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } A = (1 + x)^{12}; B = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18}$$

$$\text{Ta có khai triển } A = (1 + x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^k \text{ có 13 số hạng.}$$

$$\text{Và khai triển } B = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18} = \sum_{l=0}^{18} C_{18}^l x^{36-3l} \text{ có 19 số hạng.}$$

Ta đi tìm các số hạng có cùng lũy thừa, mà giản ước được trong khai triển $P(x)$, ta phải có :

$$36 - 3l = k \Leftrightarrow k + 3l = 36 \quad (1)$$

Phương trình cho ta 5 cặp nghiệm thỏa mãn $(k; l) = \{(0; 12), (3; 11), (6; 10), (9; 9), (12; 8)\}$ tương ứng với 5 số hạng.

Vậy sau khi khai triển và rút gọn $P(x)$ ta có $13 + 19 - 5 = 27$ số hạng.

Câu 96. Cho đa thức $P(x) = (x - 2)^{2017} + (3 - 2x)^{2018} = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$. Khi đó

$$S = a_{2018} + a_{2017} + \dots + a_1 + a_0 \text{ bằng}$$

A. 0.

B. 1.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(x) = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$$

$$\text{Cho } x = 1 \Rightarrow P(1) = a_{2018} + a_{2017} + \dots + a_1 + a_0 = (1 - 2)^{2017} + (3 - 2.1)^{2018} = 0.$$

Câu 97. Sau khi khai triển và rút gọn biểu thức $f(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12} + \left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21}$ thì $f(x)$ có bao nhiêu số hạng?

A. 30.

B. 32.

C. 29.

D. 35.

Lời giải

$$\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{3}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 3^k x^{24-3k}$$

$$\left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21} = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k (2x^3)^{21-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k 2^{21-k} x^{63-5k}$$

Ta cho k chạy từ 0 đến 12 thì các số mũ của x không bằng nhau.

Với khai triển $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12}$ ta có 13 số hạng; Với khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21}$ ta có 22 số hạng. Vậy tổng số hạng là: 35.

Câu 98. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = (x+1)^6 + (x+1)^7 + \dots + (x+1)^{12}$.

A. 1716.

B. 1715.

C. 1287.

D. 1711.

Lời giải

Xét nhị thức $(x+1)^n = (1+x)^n$ có số hạng tổng quát là $C_n^k x^k$. Ta có:

Hệ số của x^5 trong $(1+x)^6$ là C_6^5 .

Hệ số của x^5 trong $(1+x)^7$ là C_7^5

Hệ số của x^5 trong $(1+x)^{12}$ là C_{12}^5 .

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)$ là $C_6^5 + C_7^5 + \dots + C_{12}^5 = 1715$.

Câu 99. Cho đa thức: $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8 .

A. 720.

B. 700.

C. 715.

D. 730.

Lời giải

Ta có $(1+x)^8 = C_8^0 + C_8^1x + \dots + C_8^8x^8$ suy ra hệ số chứa x^8 là C_8^8 .

Lại có $(1+x)^9 = C_9^0 + C_9^1x + \dots + C_9^8x^8 + C_9^9x^9$ suy ra hệ số của x^8 là C_9^8 .

Tương tự trong khai triển $(1+x)^{10}$ có hệ số của x^8 là C_{10}^8 .

$(1+x)^{11}$ có hệ số của x^8 là C_{11}^8 .

$(1+x)^{12}$ có hệ số của x^8 là C_{12}^8 .

Suy ra hệ số của x^8 trong $P(x)$ là $a_8 = C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715$.

Câu 100. Cho đa thức $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tính tổng các hệ số a_i , $i = 0; 1; 2; \dots; 12$.

A. 5.

B. 7936.

C. 0.

D. 7920.

Lời giải

Ta có

$$P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}.$$

Áp dụng khai triển

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n.$$

Cho $x=1$, ta có $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$.

Do đó ta có tổng hệ số của $P(x)$ là:

$$S = 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11} + 2^{12} = 2^8(1+2+4+8+16) = 31 \cdot 2^8 = 7936.$$

Câu 101. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton $(1+2x)(3+x)^{11}$.

- A. 4620. B. 1380. C. 9405. D. 2890.

Lời giải

$$\begin{aligned}(1+2x)(3+x)^{11} &= (3+x)^{11} + 2x(3+x)^{11} \\&= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot x^k + 2x \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot x^k \\&= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot x^k + \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 2 \cdot 3^{11-k} \cdot x^{k+1}\end{aligned}$$

Suy ra hệ số của x^9 khi triển khai nhị thức trên là: $C_{11}^9 \cdot 3^2 + C_{11}^8 \cdot 2 \cdot 3^3 = 9045$.

Câu 102. Cho khai triển $(1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = a_0x + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{14}x^{14}$. Tìm giá trị của a_6 .

- A. 482496. B. 529536. C. 278016. D. 453504.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = \left(\sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^k \right) \cdot (16x^4 + 32x^3 + 40x^2 + 24x + 9)$$

$$\text{Do đó } a_6 = C_{10}^2 \cdot 2^2 \cdot 16 + C_{10}^3 \cdot 2^3 \cdot 32 + C_{10}^4 \cdot 2^4 \cdot 40 + C_{10}^5 \cdot 2^5 \cdot 24 + C_{10}^6 \cdot 2^6 \cdot 9 = 482496.$$

Câu 103. Hệ số của x^6 trong khai triển $(2x+1)^6 \left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right)^4$ thành đa thức là

- A. $\frac{1}{2} C_{14}^6$. B. $\frac{1}{4} C_{14}^6$. C. C_{14}^6 . D. $4C_{14}^8$.

Lời giải

$$\text{Xét khai triển } (2x+1)^6 = (1+2x)^6 = \sum_{k=0}^n C_6^k 1^{6-k} (2x)^k = \sum_{k=0}^n C_6^k 2^k x^k$$

$$\left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right)^4 = \left(x + \frac{1}{2} \right)^8 = \left(\frac{1}{2} + x \right)^8 = \sum_{j=0}^8 C_8^j \left(\frac{1}{2} \right)^{8-j} x^j$$

$$\text{Vậy } (2x+1)^6 \left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right)^4 = \sum_{k=0}^n C_6^k 2^k x^k \cdot \sum_{j=0}^8 C_8^j \left(\frac{1}{2} \right)^{8-j} x^j = \sum_{k=0}^n C_6^k 2^k \cdot \sum_{j=0}^8 C_8^j \left(\frac{1}{2} \right)^{8-j} x^{j+k}$$

Số hạng của khai triển chứa x^6 khi $j+k=6$

Xét bảng:

k	0	1	2	3
j	6	5	4	3
$C_6^k 2^k \cdot C_8^j \left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}$	$C_6^0 2^0 \cdot C_8^6 \left(\frac{1}{2}\right)^2$	$C_6^1 2^1 \cdot C_8^5 \left(\frac{1}{2}\right)^3$	$C_6^2 2^2 \cdot C_8^4 \left(\frac{1}{2}\right)^4$	$C_6^3 2^3 \cdot C_8^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$
k	4	5	6	
j	2	1	0	
$C_6^k 2^k \cdot C_8^j \left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}$	$C_6^4 2^4 \cdot C_8^2 \left(\frac{1}{2}\right)^6$	$C_6^5 2^5 \cdot C_8^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5$	$C_6^6 2^6 \cdot C_8^0 \left(\frac{1}{2}\right)^2$	

Vậy hệ số x^6 trong khai triển $(2x+1)^6 \left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right)^4$ thành đa thức là $\frac{3003}{4} = \frac{1}{4} C_{14}^6$.

Câu 104. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$ bằng

- A. 1752 B. -1272 C. 1272 D. -1752

Lời giải

Chọn B

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6$ là $C_6^4 2^4 (-1)^2 = 240$.

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $(x-3)^8$ là $C_8^5 (-3)^3 = -1512$.

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$ là $240 - 1512 = -1272$.

Câu 105. Hệ số của x^5 trong khai triển $x(3x-1)^6 + (2x-1)^8$ bằng

- A. -3007 B. -577 C. 3007 D. 577

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned}
 x(3x-1)^6 + (2x-1)^8 &= x \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot (3x)^k (-1)^{6-k} + \sum_{m=0}^8 C_8^m \cdot (2x)^m (-1)^{8-m} \\
 &= \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot 3^k (-1)^{6-k} x^{k+1} + \sum_{m=0}^8 C_8^m \cdot 2^m (-1)^{8-m} x^m.
 \end{aligned}$$

Hệ số x^5 ứng với $k=4$; $m=5$.

Hệ số cần tìm là $C_6^4 \cdot 3^4 (-1)^2 + C_8^5 \cdot 2^5 (-1)^3 = -577$.

Câu 106. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng

- A. -13548 B. 13668 C. -13668 D. 13548

Lời giải

Chọn A

Hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức $(x-2)^6$ là $C_6^4 2^2 = 60$.

Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $(3x-1)^8$ là $C_8^5 (-3)^5 = -13608$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng $-13608 + 60 = -13548$.

Câu 107. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng

- A. 13848 B. 13368 C. -13848 D. -13368

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } x(2x-1)^6 + (3x-1)^8 &= x \cdot \sum_{k=0}^6 C_6^k (2x)^{6-k} (-1)^k + \sum_{m=0}^8 C_8^m (3x)^{8-m} (-1)^m \\ &= \sum_{k=0}^6 C_6^k (2)^{6-k} (-1)^k \cdot x^{7-k} + \sum_{m=0}^8 C_8^m (3)^{8-m} (-1)^m \cdot x^{8-m} \end{aligned}$$

Để có số hạng của x^5 trong khai triển thì $k=2; m=3$

Do đó hệ số của x^5 trong khai triển bằng: $C_6^2 \cdot 2^4 + C_8^3 \cdot (3)^5 (-1)^3 = -13368$.

Câu 108. Hệ số của x^5 trong khai triển $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng

- A. -13548. B. 13548. C. -13668. D. 13668.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát trong khai triển trên có dạng:

$$x \cdot C_6^k \cdot x^k (-2)^{6-k} + C_8^m \cdot (3x)^m \cdot (-1)^{8-m} = C_6^k \cdot x^{k+1} (-2)^{6-k} + C_8^m \cdot 3^m \cdot (-1)^{8-k} \cdot x^m.$$

Để tìm hệ số của x^5 ta cần tìm k, m sao cho $\begin{cases} k+1=5 \\ m=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=4 \\ m=5 \end{cases}$.

Hệ số của x^5 cần tìm bằng: $C_6^4 \cdot (-2)^2 + C_8^5 \cdot 3^5 \cdot (-1)^3 = -13548$.

Câu 109. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển đa thức $f(x) = x(1-x)^5 + x^2(1+2x)^{10}$.

- A. 965. B. 263. C. 632. D. 956.

Lời giải

Chọn A

Hệ số của x^5 là

$$C_5^4 \cdot 1^1 \cdot (-1)^4 + C_{10}^3 \cdot 1^7 \cdot 2^3 = 965.$$

Câu 110. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.

- A. 3240. B. 3320. C. 80. D. 259200.

Lời giải

Khải triển $P(x)$ có số hạng tổng quát $xC_5^k (-2x)^k + x^2 C_{10}^m (3x)^m = (-2)^k C_5^k x^{k+1} + 3^m C_{10}^m x^{m+2}$
($k \in \mathbb{N}, k \leq 5, m \in \mathbb{N}, m \leq 10$)

Hệ số của x^5 ứng với k, m thỏa hệ $\begin{cases} k+1=5 \\ m+2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=4 \\ m=3 \end{cases}$.

Vậy hệ số cần tìm là $(-2)^4 C_5^4 + 3^3 C_{10}^3 = 3320$.

Câu 111. Khai triển đa thức $P(x) = (1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_k ($0 \leq k \leq 12$) lớn nhất trong khai triển trên.

- A. $C_{12}^8 2^8$. B. $C_{12}^9 2^9$. C. $C_{12}^{10} 2^{10}$. D. $1 + C_{12}^8 2^8$.

Lời giải

Chọn A

Khai triển nhị thức Niu-ton của $(1+2x)^{12}$, ta có

$$(1+2x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (2x)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^k.$$

Suy ra $a_k = C_{12}^k 2^k$.

Hệ số a_k lớn nhất khi $\frac{a_k}{a_{k+1}} \geq \frac{2^k C_{12}^k}{2^{k+1} C_{12}^{k+1}} \Leftrightarrow \frac{1}{k} \geq \frac{2}{k+1} \Leftrightarrow \frac{23}{3} \leq k \leq \frac{26}{3}$.

$\frac{3}{4} \leq k \leq \frac{26}{3} \Rightarrow k = 8$. Vậy hệ số lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 2^8$.

Câu 112. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1 + 2x^2)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270. B. 162720. C. 126270. D. 126720.

Lời giải

Chọn D

Khai triển: $P(x) = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^{2k} = \sum_{k=0}^{12} a_k x^{2k}$ với $a_k = C_{12}^k 2^k$.

$$a_{k+1} > a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} > C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} > \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k < \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \leq 7.$$

Như vậy $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_7$.

$$a_{k+1} < a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} < C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} < \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k > \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \geq 8.$$

Như vậy $a_8 > a_9 > a_{10} > \dots > a_{12}$.

Vậy hệ số có giá trị lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 2^8 = 126720$.